

# 複数対象物の Active Force Closure

原田 研 介\* 金子 真\* 古寺 晃 二\* 辻 敏 夫\*

## Active Force Closure for Multiple Objects

Kensuke Harada\*, Makoto Kaneko\*, Koji Furutera\* and Toshio Tsuji\*

In this paper, we discuss the active force closure (AFC) for multiple objects. We define two kinds of AFCs, i.e., the first kind of AFC where the finger can exert an arbitrary acceleration to each one of the multiple objects, and the second kind of AFC where the finger can exert an arbitrary acceleration to multiple objects without changing the relative position of each object. We show that the grasped object cannot always be manipulated arbitrarily even if the first kind of AFC is satisfied. On the other hand, since the second kind of AFC is a stronger condition than the first kind of AFC, the grasped objects are manipulated just like a single rigid body if the second kind AFC is satisfied. To show these features of AFCs for multiple objects, some examples are shown.

**Key Words:** Multi-fingered Hand, Multiple Objects, Manipulation, Force Closure

### 1. 緒 言

ロボットハンドとして最も単純なものに、グリッパ型ロボットハンドがある。これは自由度が少なく制御が簡単である反面、器用さが要求されるような環境には適さない。これに対し、人の手のように多くの指と関節を備えた多指ロボットハンドはその自由度を巧みに利用して、複雑な作業を実現する可能性を備えている。現在まで行われている多指ロボットハンドに関する研究の多くは単一の対象物を取り扱ってきた。それに対して筆者らは複数対象物の把握に関して研究を行っている [1]~[5]。

ロボットハンドによる対象物の把握に関し、Force Closure の概念が提案されている。従来 of Force Closure の定義では二つの物理的解釈が与えられていた。一つは“指関節のトルクを調節することによって、対象物に任意の加速度、角加速度を作用させることができる”<sup>†</sup> 概念で、もう一つは“指関節のトルクを変更することなく機構的に、対象物に加わる外力、外モーメントに対抗できる”概念である。前者の概念では、単一の対象物に対して、ある姿勢において任意の加速度、角加速度を作用させることができるならば、指が特異姿勢にない限り連続的に任意の加速度、角加速度を作用させることが可能である。つまり、単一対象物を任意に操ることに対する必要十分条件となる。これに対し、後者の概念は対象物の操りと必ずしもリンクしない。

例えばパワーグラスプのように対象物と指との間に多点接触が許される場合、機構的に外力、外モーメントにバランスする力、モーメントを生成することができる。ところがパワーグラスプの場合 Force Closure だからといって必ずしも任意の操りができるわけではない。これに対して、吉川 [6] は Force Closure の再定義を行い、Active Force Closure ( AFC ) と Passive Force Closure ( PFC ) への分類を行った。このうち、AFC は前者の概念に対応し、PFC は後者の概念に対応する。

単一対象物の AFC を複数対象物に拡張することを考える。このとき、Fig. 1 (a), (b) に示すように二つの拡張された AFC の形態が考えられる。一つは、複数対象物のうちの任意の一つの対象物に着目し、その対象物に任意の加速度、角加速度を作用させることを前提とした AFC であり、ここでは第 1 種 AFC と呼ぶことにする ( Fig. 1 (a) )。ただし複数対象物では、指がある一つの対象物に任意の方向に加速度を作用させることができたとしても、他の対象物は最初の対象物により加速度の方向が拘束される。このとき、ある瞬間において任意の加速度を作用させたとしても、次の瞬間把握系が崩壊してしまい、任意の加速度を作用できない場合があると考えられる ( Fig. 1 (c) )。つまり第 1 種 AFC では、“任意の対象物に任意の加速度、角加速度を作用させること”を前提としているが、これは“任意の対象物を任意に操ること”を意味しているわけではない点に注意されたい。これに対して、もう一つの AFC は、複数対象物を全体で単一の剛体の対象物であるようにみなして、これら全体に任意の加速度を作用させることに関する AFC であり、ここでは第 2 種 AFC と呼ぶことにする ( Fig. 1 (b) )。第 2 種 AFC は第 1 種 AFC よりも強い条件である。第 2 種 AFC が実現さ

原稿受付 1999 年 1 月 7 日

\* 広島大学工学部

\* Hiroshima University

<sup>†</sup> 加速度、角加速度ではなく、合力、合モーメントに関して定義される場合もある。

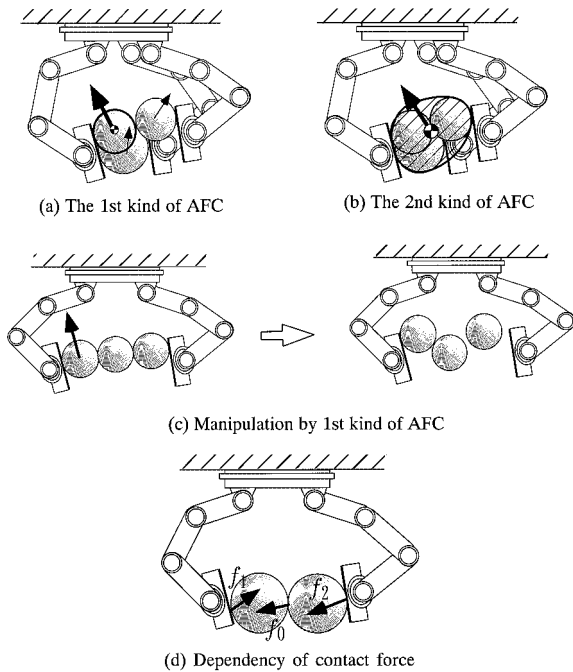


Fig. 1 Some issues discussed in the paper

れた場合、複数対象物を一つの剛体と同様にみなせるため、任意の操りが可能となる。

複数の対象物を同時に操ることを考える。この場合、対象物同士の接触点における接触力の従属性を考慮しなければならない。Fig. 1 (d) に示されるように、指が対象物に対して接触力 ( $f_1, f_2$ ) を発生している場合を考える。指先では任意の接触力が発生できたとしても、対象物同士の接触点における接触力 ( $f_0$ ) は従属的にしか決まらない。よって、複数対象物の AFC を構成する場合、対象物同士の接触点における接触力の従属性を考慮に入れることが必要となる。

本研究では、以上のことを考慮して複数対象物の AFC について考察する。まず、把握系のモデル化を行う。さらに対象物重心に加わる力と接触力の関係式を導き、接触力の従属性の関係を明らかにする。そして複数対象物の AFC として、第 1 種 AFC と第 2 種 AFC を新規に定義し、数値例によりこれら AFC の特徴について考察する。

## 2. 関連研究

複数対象物の把握に関する研究：

Dauchez ら [7], Kosuge ら [8] は複数アームのそれぞれに単一対象物を把握させて、組み付ける問題を取り扱っている。相山ら [9] [10], 余ら [11] は、複数の箱型対象物を 2 本指で把握するための接触力の導出法について議論している。また、組み立て作業の分野においては、Mattikalli ら [12] が複数の物体の安定な配置決定法について論じているが、いずれの研究も対象

物の転がりや滑りといった、ハンド内での対象物の運動学的自由度がない場合に限定されている。これに対し、筆者らは転がり接触まで許して複数対象物を把握する場合、指先把握よりも包み込み把握の方が有利であることに着目し、把握系の運動学および重力場におかれた複数対象物のすくい上げについて考察してきた [1] ~ [3]。また、複数対象物が転がりを利用して平衡が崩れても別の平衡点に移動する平衡把握のメカニズムの解明を行った [4]。また、複数対象物を操るためのアルゴリズムの構築を行った [5]。

Force Closure に関する研究：

Force Closure は機構学の分野において Reuleaux [13] によって導入された概念であり、Ohwovoriole [14] によってロボティクスの分野に導入され、Salisbury ら [15] によって把握する対象物が外力、外モーメントに対抗する概念としてロボットハンドの分野に導入された。Mishra ら [16] や Nguyen [17] はロボットハンドによる Force Closure の構成法に関して議論した。特に Nguyen のアプローチは後に多くの研究者 [18] ~ [22] によって拡張がなされた。Kerr ら [23], 中村ら [24], Ferrari ら [25], Liu ら [26] は Force Closure が実現されている状態での最適把握に関して議論した。以上のように単一対象物の Force Closure に関して多くの研究がなされている。これらをまとめる意味で、Force Closure に関する解説が中村 [27] によって行われており、また Latombe [28] や Murray ら [29] の著書によっても解説されている。Force Closure を含むロボットハンドの初期の研究の概要が文献 [30] [31] に、また Force Closure に関する近年までの研究の概要が文献 [22] [32] において紹介されている。ただし、近年 Force Closure の定義に混乱が生じていることが指摘された [33]。このため、吉川 [6] は従来の Force Closure を AFC (能動拘束) と PFC (力受動拘束) に分類した。この混乱は従来の Force Closure の定式化では指関節の影響を考慮に入れていなかったことが問題であったが、Bicchi [32] は指関節の影響を考慮に入れた AFC の定式化を行った。一方、PFC はパワーグラスプの概念に対応するが、パワーグラスプに関して近年様々な研究がなされている [34] ~ [37]。ただし、以上の研究はいずれも単一対象物に対するもので、複数対象物への拡張は行われていない。

## 3. モデル化

### 3.1 対象物の運動拘束 [5]

Fig. 2 は、 $m$  対象物系を  $n$  本指で把握する場合をモデル化したものであり、第  $j$  指が指先リンクで第  $i$  対象物と転がり接触し、第  $i$  対象物が第  $l$  対象物と転がり接触している場合を表している<sup>†</sup>。  $\Sigma_R$  は基準座標系を表し、 $\Sigma_{B_i}$  ( $i = 1, \dots, m$ ) は第  $i$  対象物の重心に固定された座標系、 $\Sigma_{F_j}$  ( $j = 1, \dots, n$ ) は第  $j$  指の指先リンクに固定された座標系を表す。 $p_{B_i}, R_{B_i}$  は基準座標系から見た  $\Sigma_{B_i}$  の位置ベクトル、ならびに姿勢を表す回転行列であり、同様に  $p_{F_j}, R_{F_j}$  は基準座標系から見た  $\Sigma_{F_j}$  の位置ベクトル、ならびに姿勢を表す回転行列である。 ${}^{B_i}p_{C_{ij}}$  は  $\Sigma_{B_i}$  から見た第  $i$  対象物と第  $j$  指との接触点の位置ベクトルであり、同様な接点を  $\Sigma_{F_j}$  で表したベクトルが  ${}^{F_j}p_{C_{ij}}$  であ

<sup>†</sup> 本論文では指先把握を仮定している。ただし、包み込み把握においても、例えばテーブルに置かれた複数対象物に対して包み込み把握を実現させる場合 [1] ~ [3], 対象物は指先リンク上で転がり上がることになる。このような場合は指先把握と等価となり、本論文での解析が適用できる。

る．また， ${}^{B_i}p_{COt}$  ( $t=1, \dots, r$ ) は  $\Sigma_{B_i}$  から見た第  $i$  対象物と第  $l$  対象物の接触点の位置ベクトルであり， $r$  は対象物同士の接触点数を表す．第  $j$  指は  $s_j$  個の関節を持つ．これは，接触点において任意の接触力を発生するのに十分な関節数であるとする ( $s_j \geq 3$ ) ．

接触点において転がり接触を仮定することにより，第  $i$  対象物と第  $j$  指の指先リンクの速度，角速度の関係，ならびに，第  $i$  対象物と第  $l$  対象物の速度，角速度の関係は以下のように表すことができる．

$$D_{Bij} \begin{bmatrix} \dot{p}_{B_i} \\ \omega_{B_i} \end{bmatrix} = D_{Fij} \begin{bmatrix} \dot{p}_{F_j} \\ \omega_{F_j} \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$D_{Oit} \begin{bmatrix} \dot{p}_{B_i} \\ \omega_{B_i} \end{bmatrix} = D_{Olt} \begin{bmatrix} \dot{p}_{B_l} \\ \omega_{B_l} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$D_{Bij} = [I_3 - (R_{B_i} {}^{B_i}p_{Cij} \times)] \in R^{3 \times 6}$$

$$D_{Fij} = [I_3 - (R_{F_j} {}^{F_j}p_{Cij} \times)] \in R^{3 \times 6}$$

$$D_{Oit} = [I_3 - (R_{B_i} {}^{B_i}p_{COt} \times)] \in R^{3 \times 6}$$

ここで， $I_3$  は  $3 \times 3$  単位行列で， $(R_{B_i} {}^{B_i}p_{Cij} \times)$ ， $(R_{F_j} {}^{F_j}p_{Cij} \times)$ ， $(R_{B_i} {}^{B_i}p_{COt} \times)$  はそれぞれ外積と等価な歪対称行列である．また， $\omega_{B_i}$ ， $\omega_{F_j}$  は座標系  $\Sigma_{B_i}$ ， $\Sigma_{F_j}$  の  $\Sigma_R$  に関する角速度ベクトルである．式 (1)，式 (2) をそれぞれ  $j=1, \dots, n$ ， $t=1, \dots, r$  についてまとめることにより，以下のような式が得られる．

$$D_C \dot{p}_{CF} = D_B \dot{p}_B \quad (3)$$

ここで，

$$\dot{p}_{CF} = [\dot{p}_{CF1}^T \cdots \dot{p}_{CFn}^T]^T \in R^{3n}$$

$$\dot{p}_{CFj} = D_{Fj} [\dot{p}_{Fj}^T \ \omega_{Fj}^T]^T \in R^3$$

$$\dot{p}_B = [\dot{p}_{B1}^T \ \omega_{B1}^T \cdots \dot{p}_{Bm}^T \ \omega_{Bm}^T]^T \in R^{6m}$$

$$D_C = [I_{3n} \ \mathbf{o}]^T \in R^{(3n+3r) \times 3n}$$

$$D_B = [D_{CB}^T \ D_O^T]^T \in R^{(3n+3r) \times 6m}$$

であり， $D_{CB} \in R^{3n \times 6m}$  は，構成する行列のうち第  $j$  ( $j=1, \dots, n$ ) 行に着目すると， $(j, i)$  行列要素が  $D_{Bij}$  でそれ以外が  $\mathbf{o}$  により構成される行列である．また， $D_O \in R^{3r \times 6m}$  は，構成する行列のうち第  $t$  ( $t=1, \dots, r$ ) 行に着目すると， $i < l$  の場合， $(t, i)$  行列要素が  $D_{Oit}$  で  $(t, l)$  行列要素が  $-D_{Olt}$  で構成され，その他の要素が  $\mathbf{o}$  である行列である．また， $\dot{p}_{CF}$  は基準座標系から見た指と対象物との接触点の速度を表すベクトルである．式 (3) において，行列  $D_B$  は  $p_B$  以外にも  ${}^{B_i}p_{C11}$ ， ${}^{F_i}p_{C11}$ ， $\dots$ ， ${}^{B_i}p_{CO_r}$  の関数である．

### 3.2 静力学

対象物にロボット指から加わる接触力と対象物重心に加わる力との関係式は，式 (3) と双対な関係として次式のように導出される [4] [5] ．

$$f_B = D_B^T f_C \quad (4)$$

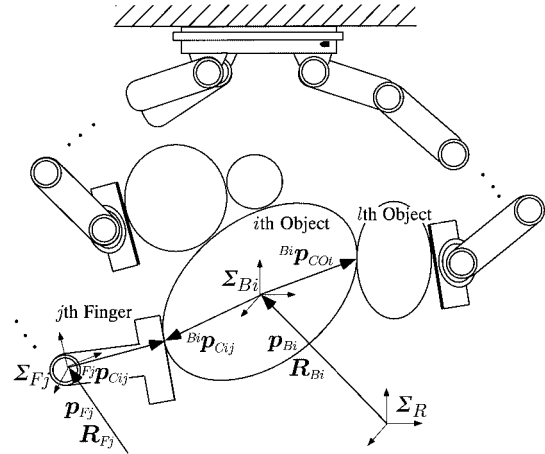


Fig. 2 Model of the system

ここで，

$$f_B = [f_{B1}^T \ n_{B1}^T \cdots f_{Bm}^T \ n_{Bm}^T]^T \in R^{6m}$$

$$f_C = [f_{CB}^T \ f_O^T]^T \in R^{3n+3r}$$

$$f_{CB} = [f_{C11}^T \cdots f_{Cmn}^T]^T$$

$$f_O = [f_{CO1}^T \cdots f_{CO_r}^T]^T$$

であり， $f_{B_i} \ n_{B_i}$  ( $i=1, \dots, m$ ) は第  $i$  対象物重心に働く力とモーメントを表し， $f_{Cij}$  ( $i=1, \dots, m$ ， $j=1, \dots, n$ ) は第  $j$  指の指先リンクが第  $i$  対象物に加える力を表す．また， $f_{COt}$  ( $t=1, \dots, r$ ) は対象物間の接触力ベクトルであり，第  $i$  対象物と第  $l$  対象物間の接触では， $i < l$  のとき第  $l$  対象物が第  $i$  対象物に加える力と定義する．

各接触点における摩擦円錐を多面錐で近似する．底面を  $h$  角形とする．対象物内部を向く各稜線に沿った単位ベクトルは，指と対象物の接触点では  $v_{jk}$  ( $j=1, \dots, n$ ， $k=1, \dots, h$ )，対象物同士の接触点では  $v_{Otk}$  ( $t=1, \dots, r$ ， $k=1, \dots, h$ ) と定義される．この表現法により，各接触点における接触力は次のように表される．

$$f_{Cij} = \sum_{k=1}^h v_{jk} \lambda_{jk}, \quad \lambda_{jk} \geq 0 \quad (5)$$

$$f_{COt} = \sum_{k=1}^h v_{Otk} \lambda_{Otk}, \quad \lambda_{Otk} \geq 0 \quad (6)$$

これをすべての接触点についてまとめて次のように表す．

$$f_C = V \lambda, \quad \lambda \geq 0 \quad (7)$$

$$V = \begin{bmatrix} V_1 & \mathbf{o} & \cdots & \mathbf{o} & \mathbf{o} & \cdots & \mathbf{o} \\ \mathbf{o} & V_2 & \cdots & \mathbf{o} & \mathbf{o} & \cdots & \mathbf{o} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{o} & \mathbf{o} & & V_n & \mathbf{o} & \cdots & \mathbf{o} \\ \mathbf{o} & \mathbf{o} & & \mathbf{o} & V_{O1} & \cdots & \mathbf{o} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{o} & \mathbf{o} & \cdots & \mathbf{o} & \mathbf{o} & \cdots & V_{Or} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_j &= [v_{j1}, v_{j2} \cdots v_{jh}], \quad j = 1, \dots, n \\ \mathbf{V}_{Ot} &= [v_{Ot1}, v_{Ot2} \cdots v_{Oth}], \quad t = 1, \dots, r \\ \boldsymbol{\lambda} &= [\lambda_{11} \cdots \lambda_{1h} \lambda_{21} \cdots \lambda_{nh} \lambda_{O11} \cdots \lambda_{Orh}] \end{aligned}$$

### 3.3 接触力の従属性

1章において、複数対象物を把握する場合、接触力に従属性が存在することを述べた。本章ではこの従属関係を明確にすることを考える。まず、対象物の運動方程式は次式によって与えられる。

$$\mathbf{M}_B \ddot{\mathbf{p}}_B + \mathbf{h}_B = \mathbf{D}_{CB}^T \mathbf{f}_{CB} + \mathbf{D}_O^T \mathbf{f}_O \quad (8)$$

ここで、 $\mathbf{M}_B = \text{diag}[m_{B1} \mathbf{I}_3 \ \mathbf{H}_{B1} \ \cdots \ m_{Bm} \mathbf{I}_3 \ \mathbf{H}_{Bm}]$ ,  $m_{Bi}$ ,  $\mathbf{H}_{Bi}$ ,  $\mathbf{h}_B$  はそれぞれ、慣性行列、第  $i$  対象物の質量、第  $i$  対象物の慣性テンソル、遠心力ならびにコリオリ力に関する項を表す。式(3)より、対象物同士の接触に関する拘束を表す式が以下のように導かれる。

$$\mathbf{D}_O \dot{\mathbf{p}}_B = \mathbf{0} \quad (9)$$

式(8)と式(9)の時間微分を連立させることにより、対象物同士の接触点における接触力が、対象物と指の間の接触点における接触力を用いて以下のように与えられる。

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_O \mathbf{M}_B^{-1} \mathbf{D}_{CB}^T \mathbf{f}_{CB} + \mathbf{D}_O \mathbf{M}_B^{-1} \mathbf{D}_O^T \mathbf{f}_O \\ = \mathbf{D}_O \mathbf{M}_B^{-1} \mathbf{h}_B - \dot{\mathbf{D}}_O \dot{\mathbf{p}}_B \end{aligned} \quad (10)$$

式(10)は接触力の依存性を表している。つまり、 $\mathbf{f}_O$  は  $\mathbf{f}_{CB}$  に依存して決定されることになる。ここで、 $\mathbf{f}_O$  が  $\mathbf{f}_{CB}$  により一意に決定されるための条件を考える。もし、式(10)において  $\mathbf{D}_O \mathbf{M}_B^{-1} \mathbf{D}_O^T$  が正則であれば、 $\mathbf{f}_O$  は以下のとおり一意に決定される。

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_O = (\mathbf{D}_O \mathbf{M}_B^{-1} \mathbf{D}_O^T)^{-1} (-\mathbf{D}_O \mathbf{M}_B^{-1} \mathbf{D}_{CB}^T \mathbf{f}_{CB} \\ + \mathbf{D}_O \mathbf{M}_B^{-1} \mathbf{h}_B - \dot{\mathbf{D}}_O \dot{\mathbf{p}}_B) \end{aligned} \quad (11)$$

$\mathbf{D}_O \in R^{3r \times 6m}$  であり、また  $\mathbf{M}_B$  は常に正則であるため、 $\mathbf{D}_O \mathbf{M}_B^{-1} \mathbf{D}_O^T$  の正則性は次の条件と等価となる。

$$\text{rank} \mathbf{D}_O = 3r \quad (12)$$

この条件が満足されない場合、与えられた接触力により発生する合力は一意に決まらず、行列  $\mathbf{D}_O \mathbf{M}_B^{-1} \mathbf{D}_O^T$  は零空間を持つ。このような場合を除くため、上の条件は本論文における前提条件となる。また、 $\mathbf{D}_O$  がフルランクである場合、この条件は  $3r \leq 6m$  と等価となる。

式(10)、あるいは等価な式である式(11)により、接触力間の従属関係が明確になった。つまり、接触力  $\mathbf{f}_C$  は次の式を満足しなければならない。

$$\mathbf{A} \mathbf{f}_C = \mathbf{b} \quad (13)$$

ここで、 $\mathbf{A} = [\mathbf{D}_O \mathbf{M}_B^{-1} \mathbf{D}_{CB}^T \ \mathbf{D}_O \mathbf{M}_B^{-1} \mathbf{D}_O^T]$ ,  $\mathbf{b} = \mathbf{D}_O \mathbf{M}_B^{-1} \mathbf{h}_B - \dot{\mathbf{D}}_O \dot{\mathbf{p}}_B$  である。この式は単一対象物の場合と異なり、複数対象物を操る場合に考慮しなければならない式である。

## 4. AFCの定式化

複数対象物の把握に対して AFC を定式化することを考える。単一対象物の AFC は対象物の重心に任意の加速度、角加速度を作用させることができることに対応する概念である。本論文では複数対象物の AFC を以下のように定義する。

複数対象物の AFC: 複数対象物の把握系の着目点に任意の加速度、角加速度を作用させることができる。

次に、具体的に 2 種類の AFC を定義する。単一対象物の拡張として複数の対象物を操ることを考える。このとき、任意の一つに着目し、その対象物を任意に操る場合と、複数対象物を全体で一つの剛体の対象物であるようにみなして、これら全体を一度に操る場合とが考えられる。これらに対応して、第 1 種 AFC, 第 2 種 AFC を定義する。

第 1 種 AFC: 任意の一つの対象物に着目する。この対象物が任意の方向に加速度、角加速度を発生可能であり、これがすべての対象物について満足されるとき、第 1 種 AFC となる。

第 2 種 AFC: 対象物同士の相対位置を変化させることなく、複数対象物系の質量中心に任意の加速度、角加速度を発生可能なとき、第 2 種 AFC となる。

複数の対象物を同時に把握する場合、ある対象物の重心に任意の加速度、角加速度を発生可能であるとしても、その対象物を任意に操ることができるとは限らない。そこで第 1 種 AFC により、任意の対象物に加えられる加速度、角加速度を調べられると同時に、対象物に任意の加速度を発生することと任意の操りを行うこととの関係を調べることが可能となる。また、第 1 種 AFC は第 2 種 AFC よりも緩い条件であり、第 2 種 AFC よりも少ない指数で実現可能である。よって、多くの対象物を少ない本数の指で扱う場合に有効になる把握形態である。一方、第 2 種 AFC は対象物系が一体となってあたかも単一の剛体のように運動する場合に相当するため、単一対象物と同様な操りができるかどうかを調べるための概念となる。この場合、任意の加速度を発生することと任意の操りとは等価となると考えられる。以下、AFC の定式化を行う。

第 1 種 AFC:  $\dot{\mathbf{p}}_B = \mathbf{0}$  が満足される、つまり対象物が静止している状態を考える。このとき、式(8)において  $\mathbf{h}_B = \mathbf{0}$ 、式(13)において  $\mathbf{b} = \mathbf{0}$  が満足される。第  $i$  対象物の重心に着目して、指が加える接触力によって重心に働く加速度を考える。式(4)に式(8)を代入することにより、次式が得られる。

$$\mathbf{M}_B \ddot{\mathbf{p}}_B = \mathbf{f}_B \quad (14)$$

式(14)から第  $i$  対象物に関する式を取り出して、次式を得る。

$$\mathbf{M}_{Bi} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{p}}_{Bi} \\ \dot{\boldsymbol{\omega}}_{Bi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{Bi} \\ \mathbf{n}_{Bi} \end{bmatrix} \quad (15)$$

ここで、 $\mathbf{M}_{Bi} = \text{diag}[m_{Bi} \mathbf{I}_3 \ \mathbf{H}_{Bi}]$  である。第  $i$  対象物重心

にかかる合力・合モーメントは次のように表される．

$$\begin{bmatrix} \mathbf{f}_{Bi} \\ \mathbf{n}_{Bi} \end{bmatrix} = \mathbf{D}_{Bi}^T \mathbf{f}_C \quad (16)$$

ここで、 $\mathbf{D}_{Bi}^T$  は  $\mathbf{D}_B^T$  の第  $6i+1$  行から第  $6i+6$  行を抜き出して作った行列である．式 (16) に式 (15) を代入し、また式 (7)、式 (13) を用いることにより、以下のような線形計画問題を考える．

$$\begin{aligned} \text{Minimize} \quad & z = \mathbf{a}^T \boldsymbol{\lambda}, \quad \mathbf{a} = [1 \cdots 1]^T \\ \text{Subject to} \quad & \mathbf{M}_{Bi} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{p}}_{Bi} \\ \dot{\boldsymbol{\omega}}_{Bi} \end{bmatrix} = \mathbf{D}_{Bi}^T \mathbf{V} \boldsymbol{\lambda} \\ & \mathbf{A} \mathbf{V} \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{o} \\ & \boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{o} \end{aligned} \quad (17)$$

上の問題に対し、 $[\dot{\mathbf{p}}_{Bi}^T \ \dot{\boldsymbol{\omega}}_{Bi}^T]^T$  として、一つの成分に  $\pm 1$ 、他に 0 を代入することで 12 通り (二次元の場合、6 通り) の  $[\dot{\mathbf{p}}_{Bi}^T \ \dot{\boldsymbol{\omega}}_{Bi}^T]^T$  が考えられる．これら 12 個の  $[\dot{\mathbf{p}}_{Bi}^T \ \dot{\boldsymbol{\omega}}_{Bi}^T]^T$  に対応した、12 個の線形計画問題がすべて解をもつ場合、第  $i$  番目の対象物は任意の加速度、角加速度が発生可能である [24]．これがすべての対象物についても可能である場合、第 1 種 AFC を満足する．

第 2 種 AFC: 対象物が静止している状態を考える．このとき、指が加える接触力によって、対象物系の質量中心に働く加速度を考える．対象物系の質量中心の加速度、角加速度と個々の対象物の加速度、角加速度の間には以下のような関係が成立する．

$$\dot{\mathbf{p}}_B = \mathbf{D}_G \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{p}}_G \\ \dot{\boldsymbol{\omega}}_G \end{bmatrix} \quad (18)$$

ここで、 $\dot{\mathbf{p}}_G$ 、 $\dot{\boldsymbol{\omega}}_G$  はそれぞれ対象物系の質量中心の加速度、角加速度であり、また

$$\mathbf{D}_G = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & \mathbf{o} & \cdots & \mathbf{I}_3 & \mathbf{o} \\ ((\mathbf{p}_{B1} - \mathbf{p}_G) \times) & \mathbf{I}_3 & \cdots & ((\mathbf{p}_{Bm} - \mathbf{p}_G) \times) & \mathbf{I}_3 \end{bmatrix}^T$$

である．式 (7)、式 (13)、式 (14)、式 (18) を考慮することにより、次のような線形計画問題を考えることができる．

$$\begin{aligned} \text{Minimize} \quad & z = \mathbf{a}^T \boldsymbol{\lambda}, \quad \mathbf{a} = [1 \cdots 1]^T \\ \text{Subject to} \quad & \mathbf{M}_B \mathbf{D}_G \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{p}}_G \\ \dot{\boldsymbol{\omega}}_G \end{bmatrix} = \mathbf{D}_B^T \mathbf{V} \boldsymbol{\lambda} \\ & \mathbf{A} \mathbf{V} \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{o} \\ & \boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{o} \end{aligned} \quad (19)$$

上の問題に対し、 $[\dot{\mathbf{p}}_G^T \ \dot{\boldsymbol{\omega}}_G^T]^T$  として、一つの成分に  $\pm 1$ 、他に 0 を代入することで 12 通り (二次元の場合、6 通り) の  $[\dot{\mathbf{p}}_G^T \ \dot{\boldsymbol{\omega}}_G^T]^T$  が考えられる．これら 12 個の  $[\dot{\mathbf{p}}_G^T \ \dot{\boldsymbol{\omega}}_G^T]^T$  に対応した、12 個の線形計画問題がすべて解をもつ場合、系の質量中心は任意の加速度、角加速度が発生可能であり、第 2 種 AFC を満足することになる．

この第 2 種 AFC の定式化では、対象物系の質量中心が望みの加速度、角加速度を発生するために必要な各対象物の加速度、角加速度が計算され、それらが各対象物に割り当てられる．この割り当てられた加速度により、対象物同士は相対的に運動することなく、あたかも一つの剛体のように運動することになる．ここで、対象物間の相対運動を考慮した AFC を考えることもできる．この定式化を付録に示す．本章で示した定式化では、簡単のため重力の影響や速度の影響を無視しているが、付録ではこれらも考慮に入れている．なお、本論文で提案する第 1 種 AFC、第 2 種 AFC は単一対象物に適用した場合同一のものとなり、単一対象物に由来から提案されている AFC を重心の加速度、角加速度に関して定義した場合と等価となる．また、定式化において接触力が多面錐近似された摩擦円錐内に入ることを調べた．中村ら [24] は単一対象物に対して、摩擦円錐を多面錐近似しない厳密な AFC の定式化を行った．本論文で提案する手法に中村らの厳密な手法を適用することは可能であるが、線形計画を用いることができる簡便性から、近似的な手法を用いた．

## 5. 例 題

数値例として、Fig. 3 に示す 3 種類の 3 対象物の把握系に対して、AFC を調べた．数値例は二次元で行い、対象物はすべて単位質量、単位半径の円形である．また、摩擦角は  $\pi/4$  とした．

まず第 1 種 AFC を調べた．case1 では、中央の第 2 対象物は下向き方向の加速度が発生できない．つまり、線形計画問題 (式 (17)) でこの加速度方向に対する解が存在しない．したがって第 2 対象物に対して任意の加速度、角加速度を発生できないため、第 1 種 AFC でない．次に、case2 に対して考える．まず第 2 対象物に着目して、線形計画問題を解くことにより得られた解を Fig. 4 に示す．二次元の場合線形独立な加速度、角加速度は三つあり、その逆向きを含めると計六つの線形計画問題を解くことになる．しかし、左右上下対称であるため、線形独立な三つの加速度、角加速度について解を示した．実線で表される加速度、角加速度を与え、そのとき得られた接触力を点線で示す．結果より第 2 対象物には任意の加速度、角加速度を発生することができる．次に第 1 対象物に着目し、得られた解を Fig. 5 に示す．この場合についても同様で、第 1 対象物は任意の加速度、角加速度を発生可能である．また、第 3 対象物は第 1 対象物と同様である．したがって case2 は第 1 種 AFC である．

以上の結果より考察を行う．まず、case2 の把握形態で一つの対象物に着目し、その対象物を操ることを考える．ある一つの対象物に任意の加速度、角加速度を与えたとしても、他の対象物は最初の対象物により加速度の方向が拘束される．つまり、case2 の把握形態はある対象物に加速度、角加速度を加えた瞬間に case1 となり、任意の加速度、角加速度を加えることができなくなる．つまり、case2 の把握形態は第 1 種 AFC を満足するが、対象物の操りは不可能である．ただし、第 1 種 AFC を満足する把握形態では任意の対象物に着目し、その対象物のある定められた方向に動かすことが可能である．よって、第 1 種

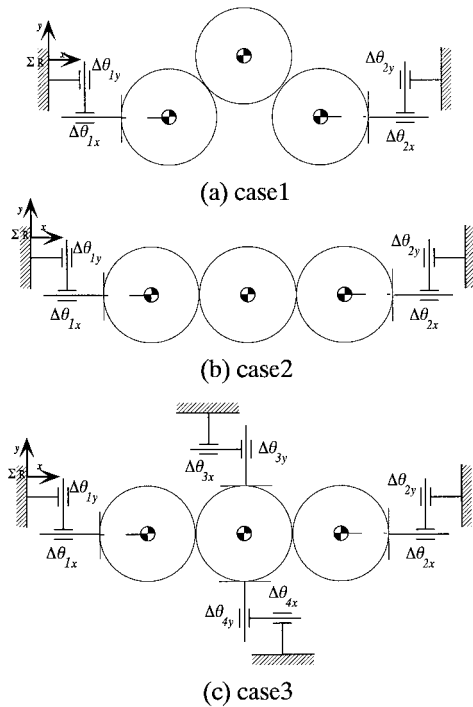


Fig. 3 Three-object grasps used in numerical example

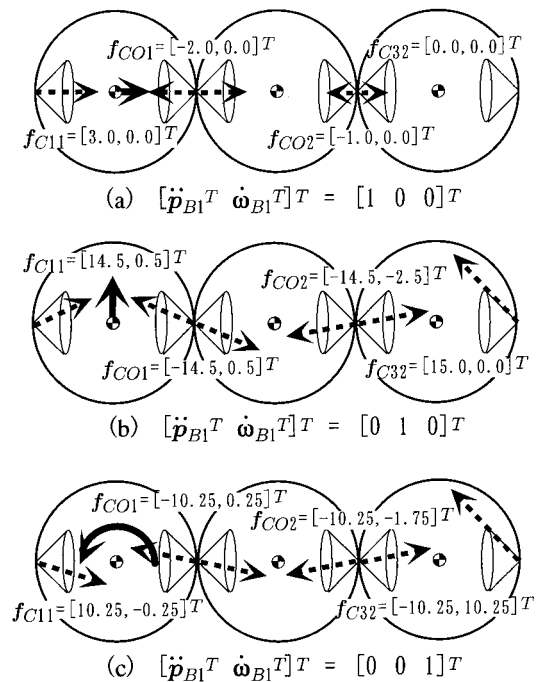


Fig. 5 Numerical solutions (for the 1st object)

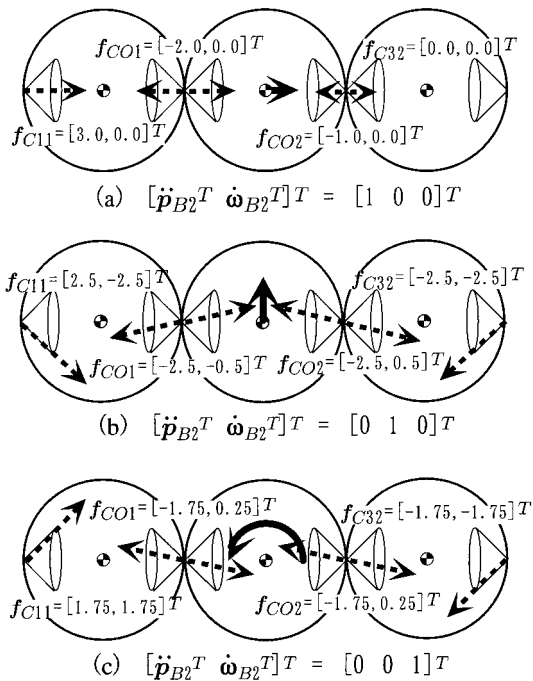


Fig. 4 Numerical solutions (for the 2nd object)

AFCは、ハンドと対象物間、あるいは対象物同士で接触を保ちつつ対象物を操るのではなく、注目する対象物を望みの方向に動かしたい場合に有効な把握形態である。また、case1, case2は共に3対象物を2本指で把握する形態であるが、対象物の配置によって異なった結果が得られている。この場合、case2の把握形態が特異な把握形態で、このように横一線に対象物を配

置した場合のみ第1種 AFC を満足する。4対象物の2本指による把握でも同様な結果が得られている。

次に、第2種 AFC を調べた。第1種 AFC に関する考察より case2の把握形態の対象物すべてに同じ方向に加速度、角加速度を加えるのは不可能である。よって、case2は第2種 AFC を満足しない。case3を考える。case3に対して線形計画問題(式(19))を解くことにより得られた解を Fig. 6 に示す。つまり、case3の把握形態は第2種 AFC を満足し、対象物同士の相対位置を変更することなく、対象物系の質量中心に任意の加速度、角加速度を加えることが可能である。よって、この把握系は見かけ上単一対象物と同様に操ることが可能である。

## 6. 結 言

本研究では、複数対象物の AFC について考察を行った。対象物重心に加わる力と接触力の関係式を導き、接触力の従属性の関係を明らかにした。そして複数対象物の AFC として、ある一つの対象物を望みどおり操る場合と、対象物系の質量中心を望みどおりに操る場合について、それぞれ第1種 AFC と第2種 AFC を新規に定義し、数値例を行った。数値例において、複数の対象物を同時に把握するとき、対象物に任意の加速度、角加速度を作用させることができることは、対象物を任意に操ることができることは必ずしも一対一に対応しないことを示した。

本論文では AFC の判定を数値的に行った。この判定を解析的に行うことは今後の課題として考えられる。また、包み込み把握による AFC や、任意の外力に対抗できる概念である PFC の構成を行うことも今後の課題である。さらに、複数対象物の転がり接触による操りの具体的アプリケーションに関しても、今後の課題である。

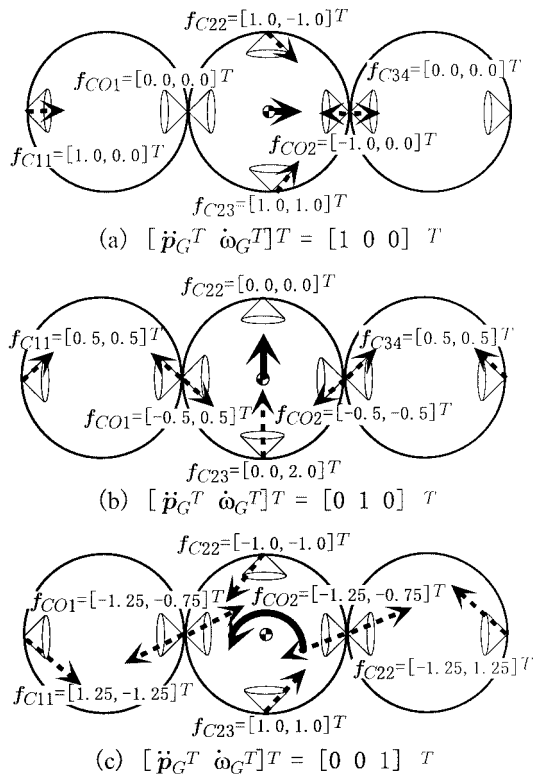


Fig. 6 Numerical solutions (2nd kind of AFC for case 3)

### 参考文献

[1] 原田, 金子: “複数対象物体の包み込み把握-2対象物系のモデル化と転がりを利用した包み込み把握の実現-”, 第15回日本ロボット学会学術講演会予稿集, pp.913-914, 1997.

[2] 原田, 金子: “複数対象物体の包み込み把握-運動学とすくい上げ条件-”, 日本ロボット学会誌, vol.16, no.6, pp.860-867, 1998.

[3] K. Harada and M. Kaneko: “Kinematics and Internal Force in Grasping Multiple Objects,” Proc. of 1998 IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems, 1998.

[4] 原田, 金子: “複数対象物の平衡把握とそのロバスト性”, 日本ロボット学会誌, vol.17, no.1, pp.133-139, 1999.

[5] 原田, 中野, 金子, 辻: “複数対象物の操り”, 第4回ロボティクス・シンポジウム講演会予稿集, pp.205-211, 1999.

[6] 吉川: “把持と操りの基礎理論 1. 受動拘束と能動拘束”, 日本ロボット学会誌, vol.13, no.7, pp.950-957 (解説記事), 1995.

[7] P. Dauchez and X. Delebarre: “Force-Controlled Assembly of two Objects with a Two-arm Robot,” *Robotica*, vol.9, pp.299-306, 1991.

[8] K. Kosuge, M. Sakai and K. Kanitani: “Decentralized Coordinated Motion Control of Manipulators with Vision and Force Sensors,” Proc. of 1995 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.2456-2462, 1995.

[9] 南, 相山, 新井: “双腕協調による複数対象物の操作”, 第14回日本ロボット学会学術講演会予稿集, pp.1001-1002, 1996.

[10] Y. Aiyama, M. Minami and T. Arai: “Manipulation of Multiple Objects by Two Manipulators,” Proc. of 1998 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.2904-2909, 1998.

[11] 余, 福田, 辻尾: “多指ハンドによる複数物体の把持安定性の評価”, 第6回日本ロボット学会学術講演会予稿集, pp.1307-1308, 1998.

[12] R. Mattikalli, D. Baraff, P. Khosla and B. Repetto: “Gravitational Stability of Frictionless Assemblies,” *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, vol.11, no.3, pp.374-388, 1995.

[13] F. Reuleaux: *The Kinematics of Machinery*. Macmillan, New

York, 1876.

[14] M.S. Ohwovoriole: “An Extension of Screw Theory and its Application to the Automation of Industrial Assemblies,” Ph.D. thesis, Dept. of Mech. Eng., Stanford Univ., 1980.

[15] J.K. Salisbury and B. Roth: “Kinematics and Force Analysis of Articulated Hands,” *ASME J. of Mech. Transmissions, Automat., Design*, vol.105, pp.33-41, 1982.

[16] B. Mishra, J.T. Schwartz and M. Sharir: “On the Existence and Synthesis of Multifinger Positive Grips,” *Algorithmica*, Special Issue: Robotics, vol.2, no.4, pp.541-558, 1987.

[17] V. Nguyen: “Constructing Force Closure Grasps,” *The Int. J. of Robotics Research*, vol.7, no.3, pp.3-16, 1988.

[18] N.S. Pollard and T. Lozano-Perez: “Grasp Stability and Feasibility for an Arm with an Articulated Hand,” Proc. of the 1990 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.581-585, 1990.

[19] Y.C. Park and G.P. Starr: “Grasp Synthesis of Polygonal Objects Using a Three-fingered Robot Hand,” *The Int. J. of Robotics Research*, vol.11, no.3, pp.163-184, 1992.

[20] I.-M. Chen and J.W. Burdick: “A Qualitative Test for  $n$ -finger Force-Closure Grasps on Planar Objects with Applications to Manipulation and Finger Gaits,” Proc. of the 1993 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.814-820, 1993.

[21] J. Ponce, D. Stam and B. Faverjon: “On Computing Two-finger Force-closure Grasps of Curved 2D Objects,” *The Int. J. of Robotics Research*, vol.12, no.3, pp.263-273, 1993.

[22] J. Ponce and B. Faverjon: “On Computing Three-finger Force-closure Grasps of Polygonal Objects,” *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, vol.11, no.6, pp.868-881, 1995.

[23] J. Kerr and B. Roth: “Analysis of Multifingered Hands,” *The Int. J. of Robotics Research*, vol.4, no.4, pp.3-17, 1986.

[24] 中村, 永井, 吉川: “複数のロボット機構による協調的操りの力学”, 日本ロボット学会誌, vol.4, no.5, pp.489-498, 1986.

[25] C. Ferrari and J. Canny: “Planning Optimal Grasps,” Proc. of the 1992 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.2290-2295, 1992.

[26] Y.-H. Liu and M. Wang: “Qualitative Test and Force Optimization of 3D Frictional Force-Closure Grasps Using Linear Programming,” Proc. of the 1998 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.3335-3340, 1998.

[27] 中村: “把持とあやつり”, 計測と制御, vol.29, no.3, pp.206-212 (解説記事), 1990.

[28] J.-C. Latombe: *Robot Motion Planning*. Kluwer Academic Publishers, 1991.

[29] R.M. Murray, Z. Li and S.S. Sastry: *A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation*. CRC Press, 1994.

[30] B. Mishra and N. Silver: “Some Discussion of Static Gripping and Its Stability,” *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics*, vol.19, no.4, pp.783-796, 1989.

[31] J. Pertain-Troccaz: “Grasping: A state of art,” in the *Robotics Review 1*, O. Khatib, J. Craig, and T. Lozano-Perez, Eds. Cambridge, MA: MIT Press, 1989.

[32] A. Bicchi: “On the Closure Properties of Robotic Grasping,” *The Int. J. of Robotics Research*, vol.14, no.4, pp.319-334, 1995.

[33] J.C. Trinkle: “On the Stability and Instantaneous Velocity of Grasped Frictionless Objects,” *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, vol.8, no.5, pp.560-572, 1992.

[34] 小俣, 永田: “多指ハンドによるパワーグラスブの力学的特性”, 日本ロボット学会誌, vol.13, no.4, pp.525-531, 1995.

[35] 中村, 張, 吉本: “パワーグラスブとそのロバスト性の評価法”, 日本ロボット学会誌, vol.13, no.6, pp.866-874, 1995.

[36] 中村, 来島: “多面凸集合演算を用いたパワーグラスブの限界外力空間の計算”, 日本ロボット学会誌, vol.15, no.5, pp.728-735, 1997.

[37] Y. Yu, K. Takeuchi and T. Yoshikawa: “Optimization of Robot Hand Power Grasps,” Proc. of 1998 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.3341-3347, 1998.

付録 A. 相対運動を考慮した AFC

付録では、対象物同士の相対運動の影響を考慮した AFC の定式化を行う。なお、本章では重力や速度の影響も考慮して定式化を行う。複数対象物を相対運動を考慮して操ることが可能となるためには、対象物が静止摩擦条件を満足しつつ、拘束下で任意の加速度が発生できればよい。まず、式(8)と文献[5]の式(6)を連立させることにより、次式が得られる。

$$M_B B \ddot{\zeta} = D_B^T f_C - \hat{h}_B \quad (20)$$

ここで、 $\hat{h}_B = h_B + M_B \dot{B} \dot{\zeta}$  であり、 $\zeta \in R^{I_m}$  は対象物の運動自由度[5]を表す変数である。例えば、二次元平面内で運動する2対象物の運動自由度の物理的解釈を Fig. 7 に示す。図に示されているとおり、2対象物を一体とみなしたときの並進と回転の3自由度、ならびに2対象物の相対位置関係を変更することなく回転をする1自由度の合計4自由度を有する[5]。なお、 $h_B$  には遠心、コリオリのような速度に関係する項の他に重力項も含めるとする。4章の定式化では式(8)の  $h_B$  や式(13)の  $b$  の、速度や重力に関する項は省略した。4章の定式化でこれらを考慮すると、仮定した方向すべての加速度に対して線形計画問題が解を持つ場合でも、任意の方向に加速度を発生できるとは限らなくなる。これに対して、付録の定式化では、速度や重力の影響を考慮する。次に、式(13)に示すように接触力は従属性を持つため、独立な成分のみを抽出する。 $V$  と  $\lambda$  をそれぞれ  $V = [V_1 \ V_2]$ 、 $\lambda = [\lambda_1^T \ \lambda_2^T]^T$  のように分割する。ここで、 $AV_1$  は正則であるとする。 $\text{rank} D_O = 3r$  の条件が満足される場合、 $A$  は行フルランクとなるため、常に  $AV_1$  を正則とするような分割を行うことが可能である。このとき、式(13)は以下のように書き直される。

$$\lambda_1 = -(AV_1)^{-1}(AV_2 \lambda_2 - b) \quad (21)$$

式(20)に式(21)を代入することで、以下のような線形計画問題を考えることができる。

$$\begin{aligned} \text{Maximize} \quad & z = \min[\lambda_1^T \ \hat{\lambda}_1^T]^T \\ \text{Subject to} \quad & M_B B \ddot{\zeta} = F \lambda_2 \\ & \lambda_2 \geq 0 \end{aligned} \quad (22)$$

ここで、

$$\begin{aligned} M_B B \ddot{\zeta} &= M_B B \ddot{\zeta} - D_B^T V_1 (AV_1)^{-1} b - \hat{h}_B \\ \hat{\lambda}_1 &= \lambda_1 - (AV_1)^{-1} b \\ &= -(AV_1)^{-1} AV_2 \lambda_2 \\ F &= D_B^T V_2 - D_B^T V_1 (AV_1)^{-1} AV_2 \end{aligned}$$

である。また、 $\lambda_1$  には  $\lambda_1 \geq 0$  のような制限がないため、 $\lambda_1$  は目的関数でその最小値をなるべく大きくするようにした。また、式(22)では変数変換を行い、 $\zeta$  ではなく、 $h_B$  や  $b$  の影響を含めた  $\hat{\zeta}$  を考えている。

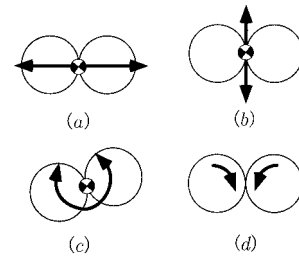


Fig. 7 Four motion degrees of freedom[5]

$e_1, e_2, \dots, e_{I_m} \in R^{I_m}$  を  $I_m$  個の線形独立なベクトルとする。また、

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \lambda_{1+1}, \dots, \lambda_{1+I_m}, \lambda_{1-1}, \dots, \lambda_{1-I_m} \\ \hat{\lambda}_1 &= \hat{\lambda}_{1+1}, \dots, \hat{\lambda}_{1+I_m}, \hat{\lambda}_{1-1}, \dots, \hat{\lambda}_{1-I_m} \\ \lambda_2 &= \lambda_{2+1}, \dots, \lambda_{2+I_m}, \lambda_{2-1}, \dots, \lambda_{2-I_m} \end{aligned}$$

をそれぞれ、 $\ddot{\zeta} = e_1, \dots, e_{I_m}, -e_1, \dots, -e_{I_m}$  とおいた場合の線形計画問題(22)の解とする。このとき、以下の条件を導出できる。

[条件]

複数対象物が任意の  $\ddot{\zeta}$  を発生できるための十分条件は、線形計画問題(22)が  $2I_m$  個の  $\ddot{\zeta} = \pm e_k$  に対してすべて解をもち、 $\lambda_{1\pm k} \geq 0$  がすべての  $\lambda_{1\pm k}$  に対して成立し、また  $\hat{\lambda}_{1+k} + \hat{\lambda}_{1-k} > 0$  が最低一つの  $\hat{\lambda}_{1+k}, \hat{\lambda}_{1-k}$  の組に対して成立することである。ここで、 $k = 1, \dots, I_m$  である。

[証明]

線形計画問題(22)が  $\ddot{\zeta} = \pm e_k, (k = 1, \dots, I_m)$  に対してそれぞれ解をもつとする。このとき、次の  $2I_m$  個の式が成立する。

$$\begin{aligned} M_B B e_1 &= F \lambda_{2+1} \\ M_B B e_2 &= F \lambda_{2+2} \\ &\vdots \\ -M_B B e_{I_m} &= F \lambda_{2-I_m} \end{aligned}$$

非負のスカラー  $\rho_{+1}, \dots, \rho_{+I_m}, \rho_{-1}, \dots, \rho_{-I_m}$  を導入することにより、任意の  $\ddot{\zeta}$  は以下のように表すことができる。

$$\ddot{\zeta} = (\rho_{+1} - \rho_{-1})e_1 + \dots + (\rho_{+I_m} - \rho_{-I_m})e_{I_m}. \quad (23)$$

式(23)の  $\ddot{\zeta}$  に対応した  $\lambda_2$  の解は以下のとおりである。

$$\begin{aligned} \lambda_2 &= \rho_{+1} \lambda_{2+1} + \dots + \rho_{+I_m} \lambda_{2+I_m} \\ &\quad + \rho_{-1} \lambda_{2-1} + \dots + \rho_{-I_m} \lambda_{2-I_m} \geq 0 \end{aligned} \quad (24)$$

上式により、任意の  $\ddot{\zeta}$  に対して  $\lambda_2 \geq 0$  であることが証明されたが、さらに  $\lambda_1 \geq 0$  を証明しなければならない。式(21)より次式が得られる。

$$\lambda_{1+1} = -(AV_1)^{-1}(AV_2 \lambda_{2+1} - b)$$



$$\begin{aligned} \lambda_{1+2} &= -(AV_1)^{-1}(AV_2\lambda_{2+2} - b) & (25) \\ &\vdots \\ \lambda_{1-I_m} &= -(AV_1)^{-1}(AV_2\lambda_{2-I_m} - b) \end{aligned}$$

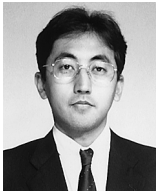
式(25)のすべての式に非負のスカラをかけ、加え合わせることで、次式が得られる。

$$\begin{aligned} \rho_{+1}\hat{\lambda}_{1+1} + \cdots + \rho_{-I_m}\hat{\lambda}_{1-I_m} + (AV_1)^{-1}b = \\ -(AV_1)^{-1}\{AV_2(\rho_{+1}\lambda_{2+1} + \cdots + \rho_{-I_m}\lambda_{2-I_m}) - b\} \end{aligned} \quad (26)$$

$\lambda_1$  をあらわす式(26)の左辺にはまだ  $b$  が残っているため、必ずしも  $\lambda_1 \geq 0$  となるとは限らない。ただし、 $\hat{\lambda}_{1+k}$  と  $\hat{\lambda}_{1-k}$  はそれぞれ反対向きの加速度に対応しているため、 $\hat{\lambda}_{1+k} + \hat{\lambda}_{1-k}$  方向に  $\lambda_1$  を変化させても加速度には影響を及ぼさない。つまり、任意の  $\alpha$  に対して  $\rho_{+k} = \hat{\rho}_{+k} + \alpha$ ,  $\rho_{-k} = \hat{\rho}_{-k} + \alpha$  においても  $\hat{\lambda}_1$  に  $\alpha$  の影響は反映されない。よって、 $\hat{\lambda}_{1+k} + \hat{\lambda}_{1-k} > 0$  が成立しているならば、 $\alpha$  を十分大きくとることで、常に  $\lambda_1 = \rho_{+1}\hat{\lambda}_{1+1} + \cdots + \rho_{-I_m}\hat{\lambda}_{1-I_m} + (AV_1)^{-1}b \geq 0$  とする

ことができる。よって、ここに  $\lambda_1 \geq 0$  と  $\lambda_2 \geq 0$  が任意の  $\hat{\lambda}_1$  に対して示された。 $M_B B$  はその構成より常に列フルランクであるため、 $\hat{\lambda}_1$  の任意性は  $\lambda_1$  の任意性と等価である。証明終

条件に対して考察を行う。速度や重力の影響が無視できる場合、 $b = 0$  が成立するため  $\lambda_1 = \hat{\lambda}_1$  となる。このとき、 $\lambda_{1\pm k} \geq 0$  の条件が満足される場合は、 $\hat{\lambda}_{1+k} + \hat{\lambda}_{1-k} > 0$  の条件は自動的に満足される。よって、少なくとも  $b$  の値が小さい場合は  $\hat{\lambda}_{1+k} + \hat{\lambda}_{1-k} > 0$  の条件は満足される。また、式(22)では  $\hat{\lambda}_{1+k} + \hat{\lambda}_{1-k} > 0$  を満足させるため、目的関数に  $\hat{\lambda}_1$  の最小値を大きくする作用を加えている。また、 $\hat{\lambda}_1$  の物理的意味に関しては、速度や重力が存在しない条件下での  $\lambda_1$  に対して速度や重力の影響を考慮したものと考えられる。次に、線形計画問題(22)を実際に解くことを考える。この線形計画問題は  $\hat{\lambda}_1$  を大きくする意味を持つため、 $\hat{\lambda}_1$  がいくらかでも大きな値をとり得る場合は、問題の解が存在しないことになる。これを避けるため、適当な  $z_{max}$  を選び、 $z \leq z_{max}$  のような制約を付け加える必要が生じる。



原田研介 (Kensuke Harada)

1968年9月28日生。1997年3月京都大学大学院工学研究科機械工学専攻博士後期課程修了。博士(工学)。同年4月広島大学助手、現在に至る。ロボットハンド、ロボットマニピュレータの力学と制御に関する研究に興味を持つ。IEEE、計測自動制御学会、日本機械学会などの会員。

(日本ロボット学会正会員)



古寺晃二 (Koji Furutera)

1974年7月24日生。1999年広島大学大学院工学研究科博士前期課程修了。現在シャープ(株)勤務。ロボットハンドの力学に関する研究に興味を持つ。



金子 真 (Makoto Kaneko)

1954年1月18日生。1981年3月東京大学工学系研究科博士課程修了。工学博士。同年4月通産省工業技術院機械技術研究所入所。1990年4月、九州工業大学情報工学部助教授。1993年10月広島大学教授、現在に至る。ロボットハンド、力覚センサ、触覚ベースアクティブセンシングなどの研究に興味を持つ。IEEE、計測自動制御学会、日本機械学会などの会員。

(日本ロボット学会正会員)



辻 敏夫 (Toshio Tsuji)

1959年12月25日生。1985年広島大学大学院工学研究科博士課程前期修了。同年同大学工学部助手、1994年同助教授、現在に至る。工学博士。人間とロボットの運動制御、ニューラルネット、マン・マシンシステムなどの研究に従事。計測自動制御学会、日本機械学会、電気学会、電子情報通信学会などの会員。

(日本ロボット学会正会員)