

# ニューラルネットを用いた適応レギュレータの構成法

正員 徐 炳 鴻  
正員 辻 敏 夫  
非会員 浜 津 恭 治  
正員 飯 島 雅 彦

電気学会論文誌 D

(産業応用部門誌)

平成 11 年 6 月号 抜刷

Trans. IEE of Japan, Vol. 119-D, No. 6, June, 1999

## ニューラルネットを用いた適応レギュレータの構成法

正員 徐 炳 鴻 (山本電気株式会社)  
 正員 辻 敏 夫 (広島大学)  
 非会員 浜 津 恭 治 (山本電気株式会社)  
 正員 飯 島 雅 彦 (山本電気株式会社)

## Adaptive Regulator Using Neural Network

Bing Hong Xu, Member (Yamamoto Electric Corporation), Toshio Tsuji, Member (Hiroshima University), Kyoji Hamatsu, Non-member, Masahiko Iijima, Member (Yamamoto Electric Corporation)

This paper proposes an adaptive regulator using a neural network. For a class of systems with linear and nonlinear modeling errors, the conventional optimal regulator is designed based on a known linear part of the controlled system, and the modeling errors included in the controlled system are identified using the neural network. At the same time, the neural network adaptively compensates a control input computed by the predesigned optimal regulator. The proposed regulator is applied to systems with linear and nonlinear modeling errors and simulation experiments are carried out. Results of the computer simulations show the effectiveness of the proposed method.

キーワード：適応レギュレータ，ニューラルネット，システム同定，非線形のモデル化誤差

## 1. ま え が き

レギュレータの設計は制御対象の数学モデルに基づいて行われるが，実際の応用場面においてはこれらのモデルが正確でないことが多い。線形のモデル化誤差を有する制御対象に対するロバスト最適レギュレータの研究は進んでいるが<sup>(1)(2)</sup>，非線形なモデル化誤差を有する制御対象に対してはまだ難しいのが現状である。

近年，この問題に対してニューラルネット（以下，NNと略記）を組み込んだレギュレータが様々な形で提案されている<sup>(3)～(5)</sup>。これらの方法は，いずれもまず一つのNNによって未知あるいはモデル化誤差を含む制御対象を同定し，さらに補償器として別のNNを制御系に組み込むという間接的なレギュレータ構成法に基づいている。しかしながら，複数のニューラルネットを学習するためには，多大な計算，学習時間が必要となり，システムの安定性の解析も極めて困難となる。

一方，現実の制御対象はその特性を既知部分と未知部分に分けられる場合が多く，線形，非線形のモデル化誤差は未知部分として考えることができる。制御対象から入手可能な情報をできるだけ活用して効率のよいレギュレータを設計することが重要である。

そこで本論文では，モデル化誤差を含む制御対象に対し

て既知部分の情報を積極的に利用した適応レギュレータを提案する。この方法は制御対象の線形な既知部分に対して最適レギュレータを設計し，NNを用いて制御対象の未知部分を同定する。同時に，このNNの出力を用いて，予め設計した最適レギュレータから制御対象への入力を適応的に補償する。本手法は，制御対象の既知部分に対しては最適レギュレータが働き，未知部分に対してはNNが動作する。この二つの制御動作が一つの適応レギュレータシステムを構成するので，ただ一つのNNを用いて制御対象のモデル化誤差を同定しながらフィードバック入力を適応的に調節することが可能となる。

本論文では，まずリカッチ方程式と最小二乗法に基づいてNNの出力から補償入力を計算する方法を導出する。そして，本手法を線形，非線形のモデル化誤差を含むシステムに適用し，シミュレーション実験を通じて本手法の有効性を確認する。

## 2. NNを用いた適応レギュレータ

〈2・1〉システム記述 本論文では，次式で表わされる線形部と非線形部からなるシステムを制御対象とする。

$$\dot{x}(t) = A_L x(t) + \tilde{A}(x(t)) + Bu(t) \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 $x(t) \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ ,  $u(t) \in \mathbb{R}^{m \times 1}$ ,  $y(t) \in \mathbb{R}^{l \times 1}$ はそれぞれシステムの状態変数, 入力, 出力,  $A_L \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ ,  $C \in \mathbb{R}^{l \times n}$ はそれぞれシステムのパラメータ行列,  $\tilde{A}(\cdot)$ はシステムの非線形特性を表わす  $x(t)$  の関数である. 制御目的は二次形式評価関数

$$J = \int_0^{\infty} [x^T(t)Qx(t) + u^T(t)Ru(t)]dt \dots\dots (3)$$

を最小にする最適制御入力を求めるものとする. ただし,  $R(\in \mathbb{R}^{m \times m}) > 0$ ,  $Q(\in \mathbb{R}^{n \times n}) \geq 0$ は設計仕様として与えられる重み行列である. (1)式に対応した非線形レギュレータ問題を解析的に解くことは一般に困難である. この問題に対する近似解法としては(1)式を線形近似し, パラメータの摂動に対してオブサーバを併用した線形レギュレータ理論を適用する方法がよく用いられる. しかし, (1)式の線形近似のみでは不十分な場合が多く, 非線形のモデル化誤差に対する何らかの非線形補償を実現することが望ましい. 本論文では, NNの非線形特性および学習能力を活用してこの非線形補償を行う適応レギュレータを提案する.

**〈2・2〉線形近似モデルのレギュレータ** まず, (1)式のシステムにおいて, 線形部の行列  $A_L$ を既知行列  $A_{Ln} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ と未知のパラメータの不確かさを表わす行列  $\Delta_{AL} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ に分けると,  $A_L = A_{Ln} + \Delta_{AL}$ と書くことができる. そして, 非線形部の  $\tilde{A}(x(t))$ を

$$\tilde{A}(x(t)) \approx A^*x(t) \dots\dots\dots (4)$$

のように動作点のまわりで線形近似すると, (1)式は

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \dots\dots\dots (5)$$

$$A = A_n + \Delta_A \dots\dots\dots (6)$$

$$A_n = A_{Ln} + A^* \dots\dots\dots (7)$$

となる. ここで, (2), (5)式のシステムが可制御, 可観測であると仮定する. ただし,  $\Delta_A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ は  $\Delta_{AL}$ と線形近似誤差からなるモデル化誤差である. このとき, (3)式の評価関数  $J$ を最小にする最適制御入力  $u^*(t)$ は

$$u^*(t) = -R^{-1}B^T Px(t) \dots\dots\dots (8)$$

で与えられる<sup>(6)</sup>. ただし,  $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$ はリカッチ方程式

$$PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \dots\dots\dots (9)$$

を満たす正定唯一解である.

ここで, このリカッチ方程式の解  $P$ を

$$P = P_n + \Delta_P \dots\dots\dots (10)$$

とおく. ただし,  $P_n \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $\Delta_P \in \mathbb{R}^{n \times n}$ はそれぞれシステムの既知部分に対するリカッチ方程式の解, 補償解とする. (6), (10)式を(9)式に代入すると,

$$(P_n + \Delta_P)(A_n + \Delta_A) + (A_n + \Delta_A)^T (P_n + \Delta_P) - (P_n + \Delta_P)BR^{-1}B^T (P_n + \Delta_P) + Q = 0 \dots (11)$$

となる. 補償解  $\Delta_P$ , 不確かさ  $\Delta_A$ に関する二次項  $\Delta_P \Delta_A$ ,  $\Delta_A^T \Delta_P$ ,  $\Delta_P \Delta_P$ などを微小とすれば, (11)式は次のような二つの式に分解することができる.

$$P_n A_n + A_n^T P_n - P_n B R^{-1} B^T P_n + Q = 0 \dots (12)$$

$$\Delta_P A_n + P_n \Delta_A + \Delta_A^T P_n + A_n^T \Delta_P - \Delta_P B R^{-1} B^T P_n - P_n B R^{-1} B^T \Delta_P = 0 \dots (13)$$

(8)式の最適制御入力  $u^*(t)$ を計算するのに必要な  $P$ のうち,  $P_n$ は(12)式から得られるが, 補償解  $\Delta_P$ は  $\Delta_A$ が未知であるため直接求めることはできない. 次節では補償解  $\Delta_P$ を求める推定法を導出する.

**〈2・3〉リカッチ方程式の補償解の推定法** まず, (13)式を変形して,

$$\Delta_P D + F \Delta_P = \Delta_A^T P_n + P_n \Delta_A \dots\dots\dots (14)$$

$$D = B R^{-1} B^T P_n - A_n, \quad F = P_n B R^{-1} B^T - A_n^T$$

を得る. (14)式の両辺に対して  $x(t)$ の二次形式を計算し,

$$x^T(t)Kx(t) = \Delta_x^T(t)P_n x(t) + x^T(t)P_n \Delta_x(t) \dots (15)$$

$$\Delta_x(t) = \Delta_A x(t), \quad K = \Delta_P D + F \Delta_P$$

となる. (15)式を未知な  $\Delta_P$ に関して展開すると,

$$\omega(t)\theta = \lambda(t) \dots\dots\dots (16)$$

$$\theta = [\vartheta_{11}, \dots, \vartheta_{nn}]^T \in \mathbb{R}^{n^2 \times 1} \dots\dots\dots (17)$$

$$\omega(t) = [\omega_{11}(t), \dots, \omega_{nn}(t)] \in \mathbb{R}^{1 \times n^2} \dots\dots\dots (18)$$

$$\omega_{kh}(t) = \sum_{i=1}^n x_i(t) d_{hi} x_k(t) + \sum_{j=1}^n x_h(t) f_{jk} x_j(t) \dots (19)$$

$$(k, h = 1, 2, \dots, n)$$

$$\lambda(t) = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n \Delta_{x_j}(t) p_{ji} x_i(t) + \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n x_j(t) p_{ji} \Delta_{x_i}(t) \dots (20)$$

となる. ただし,  $p_{ij}$ ,  $d_{hi}$ ,  $f_{jk}$ はそれぞれ既知の行列  $P_n$ ,  $D$ ,  $F$ の要素,  $\vartheta_{ij}$ は未知ベクトル  $\theta$ の要素で,  $\Delta_P = [\vartheta_{ij}] \in \mathbb{R}^{n \times n}$ である.

いま, サンプリング時間  $\Delta t$ ごとに  $s \geq n^2$ 個のデータを得たとすると, (16)式より,

$$\Omega(t)\theta = \Lambda(t) \dots\dots\dots (21)$$

$$\Omega(t) = [\omega(t - \Delta t), \dots, \omega(t - s\Delta t)]^T \in \mathbb{R}^{s \times n^2} \dots (22)$$

$$\Lambda(t) = [\lambda(t - \Delta t), \dots, \lambda(t - s\Delta t)]^T \in \mathbb{R}^{s \times 1} \dots (23)$$

を得る. (19)式の  $\omega_{kh}(t)$ は計算することができるから, もし(20)式の  $\lambda(t)$ が分かれば, 最小二乗法を用いて  $\theta$ を求めることが可能となる. その場合, 最適解は,

$$\theta = \Omega^+(t)\Lambda(t) \dots\dots\dots (24)$$

で与えられる<sup>(7)</sup>。ここで、 $\Omega^+(t)$  は疑似逆行列を表わす。なお、計算時間が問題となる場合には、逐次最小二乗推定法を用いて $\theta$ の推定値を求めればよい。また、(3)式の重み $R, Q$ が対称正定行列であるとき、リカッチ方程式(9)の補償解 $\Delta_P$ は実対称行列となる。このとき、補償解 $\Delta_P$ の未知要素の数を減らすことができる。

以上より、(20)式の $\lambda(t)$ が計算できれば、行列 $\Delta_P$ を推定することができ、(8)、(10)式より制御入力 $u(t)$ は最適入力 $u^*(t)$ に近づいていくことがわかる。しかしながら、不確かさ $\Delta_A$ が未知なので、(20)式に含まれる $\Delta_x(t)$ を計算することができない。この問題を解決するために本論文ではニューラルネットを導入する。

**〈2・4〉 NN を用いた適応レギュレータの構成** Fig.1 に NN を用いた適応レギュレータの構成を示す。制御対象の同定システムを

$$\hat{x}(t) = A_n x(t) + B u(t) + x_{NN}(t) \dots\dots\dots (25)$$

とする。ただし、 $\hat{x}(t) \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ 、 $x_{NN}(t) \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ はそれぞれ同定システムの状態変数、NNの出力である。

一方、(10)式と $\Delta_P$ を(8)式に代入し、最適入力 $u^*(t)$ は

$$\begin{aligned} u^*(t) &= -R^{-1} B^T (P_n + \Delta_P) x(t) \\ &= u_n(t) + \Delta_u(t) \dots\dots\dots (26) \end{aligned}$$

となる。ただし、 $u_n(t) = -K_n x(t)$ 、 $K_n = R^{-1} B^T P_n$ 、 $\Delta_u(t) = -R^{-1} B^T \Delta_P x(t)$ で、 $K_n \in \mathbb{R}^{m \times n}$ はフィードバックゲインに相当する。このとき、(5)、(25)式より、同定システムの状態変数 $\hat{x}(t)$ と制御対象の状態変数 $x(t)$ との状態変数の同定誤差 $\epsilon(t)$ は

$$\epsilon(t) = \hat{x}(t) - x(t) = \int_0^t \zeta(\tau) d\tau \in \mathbb{R}^{n \times 1} \dots\dots (27)$$

となる。ここで、 $\zeta(\tau) = [x_{NN}(\tau) - \Delta_x(\tau)]$ はNNの出力と制御対象のモデル化誤差 $\Delta_A$ に起因する状態変化量 $\Delta_x(t)$ との誤差である。状態変数の同定誤差 $\epsilon(t)$ が0の場合でも(27)式の被積分項が0にならないケースが存在することを考慮して、本論文ではNNの学習のための誤差関数 $E(t)$ を

$$\begin{aligned} E(t) &= \frac{1}{2} \dot{\epsilon}^T(t) \dot{\epsilon}(t) + \frac{1}{2} \epsilon^T(t) \epsilon(t) \\ &= E^{(1)}(t) + E^{(2)}(t) \dots\dots\dots (28) \end{aligned}$$

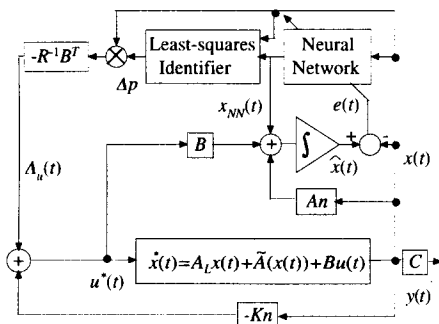


図1 適応レギュレータのブロック線図  
Fig. 1. Block diagram of the adaptive regulator

$$E^{(1)}(t) = \frac{1}{2} \zeta^T(t) \zeta(t), \quad E^{(2)}(t) = \frac{1}{2} \epsilon^T(t) \epsilon(t)$$

と定義し、この誤差関数を最小するようにNNを学習する。同定誤差が0のとき同定システムの状態 $\hat{x}(t)$ は制御対象の状態 $x(t)$ と一致し、NNの出力 $x_{NN}(t)$ は状態変化量 $\Delta_x(t)$ に一致する。すなわち、

$$x_{NN}(t) = \Delta_x(t) \dots\dots\dots (29)$$

である。NNの学習に伴い、本手法で構成される制御対象への入力が最適入力(26)式に徐々に近づくことがわかる(Fig.1参照)。次節では、このNNの構成、学習アルゴリズムについて説明する。

**〈2・5〉 NNの構成** 本論文で使用する三層の階層型NNの構成をFig.2に示す。中間層の重み行列と出力層の重み行列はそれぞれ $W(t) \in \mathbb{R}^{p \times n}$ と $V(t) \in \mathbb{R}^{n \times p}$ と書くことにする。また、Fig.1に対応して、NNの入力、出力ベクトルはそれぞれ $x(t)$ 、 $x_{NN}(t)$ となる。

入力層の $j$ 番目のユニットの出力 $I_j$ は $I_j = x_j(t)$  ( $j = 1, \dots, n$ )とする。中間層の $i$ 番目のユニットの出力 $H_i$ は $H_i = \sigma(s_i)$ 、 $s_i = \sum_{j=1}^n w_{ij} I_j$ で与えられる。ただし、 $\sigma(\cdot)$ はシグモイド関数である。ここで、シグモイド関数 $\sigma(\cdot)$ として $\sigma(\mu) \equiv \frac{1}{2} \tanh(\gamma \mu)$ を用いることにする。ただし、 $\gamma$ はシグモイド関数の形状を決める正のパラメータである。 $\gamma \leq 0.1$ のとき $\sigma(\mu)$ は線形関数に近づき、 $\gamma \geq 1$ のとき $\sigma(\mu)$ は双曲線関数の特性をもつ<sup>(8)</sup>。同様に、出力層のユニットの出力 $O_k$ は $O_k = \sigma(\kappa_k)$ 、 $\kappa_k = \sum_{i=1}^p v_{ki} H_i$ である。

学習は(28)式の誤差関数 $E(t)$ を重み $w_{ij}$ および $v_{ki}$ に関して最小化(極小化)するように行う。誤差逆伝播学習法により重み $w_{ij}$ および $v_{ki}$ の更新則は

$$v_{kj}(t+\Delta t) = v_{kj}(t) - \eta \left[ \frac{\partial E^{(1)}(t)}{\partial v_{kj}(t)} + \frac{\partial E^{(2)}(t)}{\partial v_{kj}(t)} \right] \quad (30)$$

$$w_{ij}(t+\Delta t) = w_{ij}(t) - \eta \left[ \frac{\partial E^{(1)}(t)}{\partial w_{ij}(t)} + \frac{\partial E^{(2)}(t)}{\partial w_{ij}(t)} \right] \quad (31)$$

で与えられる。ここで、 $\eta > 0$ は学習係数、 $\Delta t$ は学習を行う時間間隔である。

同定誤差の微分 $\zeta(t) = \dot{\epsilon}(t)$ を用いた誤差関数 $E^{(1)}(t)$ は

$$E^{(1)}(t) = \frac{1}{2} \zeta^T(t) \zeta(t) = \frac{1}{2} \sum_{q=1}^n [x_{NNq}(t) - \Delta_{xq}(t)]^2 \quad (32)$$

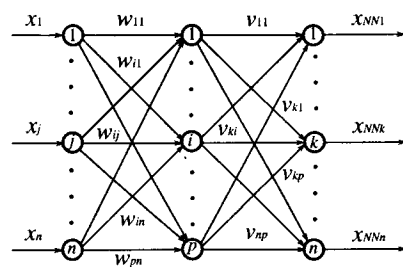


図2 ニューラルネットの構成

Fig. 2. Structure of the neural network used in this paper

と書くことができる。ここで、 $x_{NN_q}(t)$ ,  $\Delta_{x_q}(t)$  はそれぞれ NN の出力  $x_{NN}(t)$ , 状態変化量  $\Delta_x(t)$  の要素を表わす。(27), (32) 式より、 $\partial E^{(1)}(t)/\partial v_{ki}(t)$  は

$$\frac{\partial E^{(1)}(t)}{\partial v_{ki}(t)} = \dot{\epsilon}_k(t) \frac{\partial x_{NN_k}(t)}{\partial v_{ki}(t)} = \dot{\epsilon}_k(t) \sigma'(\kappa_k) H_i \quad (33)$$

となる。ただし、 $\dot{\epsilon}_k(t)$  はベクトル  $\dot{\epsilon}(t)$  の要素、 $\sigma'(\cdot)$  は  $\sigma(\cdot)$  の導関数を表わす。同様に、 $\partial E^{(1)}(t)/\partial w_{ij}(t)$  は次式となる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial E^{(1)}(t)}{\partial w_{ij}(t)} &= \sum_{q=1}^n \dot{\epsilon}_q(t) \sigma'(\kappa_q) \frac{\partial}{\partial w_{ij}(t)} \left[ \sum_{i=1}^p v_{qi} H_i \right] \\ &= \sum_{q=1}^n \dot{\epsilon}_q(t) \sigma'(\kappa_q) v_{qi} \sigma'(s_i) x_j(t). \quad \dots (34) \end{aligned}$$

一方、同定誤差  $\epsilon(t)$  を用いた誤差関数  $E^{(2)}(t)$  は

$$E^{(2)}(t) = \frac{1}{2} \epsilon^T(t) \epsilon(t) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n [\hat{x}_k(t) - x_k(t)]^2 \quad (35)$$

と展開することができるから、 $\partial E^{(2)}(t)/\partial v_{ki}(t)$  は

$$\frac{\partial E^{(2)}(t)}{\partial v_{ki}(t)} = \epsilon_k(t) \frac{\partial \epsilon_k(t)}{\partial x_{NN_k}(t)} \frac{\partial x_{NN_k}(t)}{\partial v_{ki}(t)} \quad \dots (36)$$

となる。ただし、 $\epsilon_k(t)$  はベクトル  $\epsilon(t)$  の要素を表わす。ここで、 $\partial \epsilon_k(t)/\partial x_{NN_k}(t)$  を微小な変分量を用いて

$$\frac{\partial \epsilon_k(t)}{\partial x_{NN_k}(t)} \approx \frac{\Delta \epsilon_k(t)}{\Delta x_{NN_k}(t)} \quad \dots (37)$$

のように近似する。 $x_{NN_k}(t)$  を微小量  $\Delta x_{NN_k}(t)$  だけ変化させたとき、 $\epsilon_k(t)$  の変化  $\Delta \epsilon_k(t)$  は

$$\begin{aligned} \Delta \epsilon_k(t) &\approx \sum_{j=0}^{N_t} [x_{NN_k}(j\Delta t_s) - \Delta_{x_k}(j\Delta t_s) \\ &\quad + \Delta x_{NN_k}(t)] \Delta t_s \\ &\quad - \sum_{j=0}^{N_t} [x_{NN_k}(j\Delta t_s) - \Delta_{x_k}(j\Delta t_s)] \Delta t_s \\ &= \Delta x_{NN_k}(t) \Delta t_s \quad \dots (38) \end{aligned}$$

となるから、結局、

$$\frac{\partial \epsilon_k(t)}{\partial x_{NN_k}(t)} \approx \Delta t_s \quad \dots (39)$$

と近似することができる。ただし、 $\Delta t_s$  は十分小さなサンプリングタイムで、 $t = N_t \Delta t_s$  である。上式を (36) に代入すると、

$$\frac{\partial E^{(2)}(t)}{\partial v_{ki}(t)} \approx \epsilon_k(t) \Delta t_s \frac{\partial x_{NN_k}(t)}{\partial v_{ki}(t)} \quad \dots (40)$$

となる。同様に、 $\partial E^{(2)}(t)/\partial w_{ij}(t)$  は

$$\frac{\partial E^{(2)}(t)}{\partial w_{ij}(t)} \approx \sum_{q=1}^n \epsilon_q(t) \Delta t_s \frac{\partial x_{NN_q}(t)}{\partial w_{ij}(t)} \quad \dots (41)$$

で与えられる。

以上より、(30), (31) 式の重みの更新則は

$$v_{ki}(t + \Delta t) \approx v_{ki}(t) - \eta [\dot{\epsilon}_k(t) + \epsilon_k(t) \Delta t_s] \frac{\partial x_{NN_k}(t)}{\partial v_{ki}(t)} \quad \dots (42)$$

$$w_{ij}(t + \Delta t) \approx w_{ij}(t) - \eta \sum_{q=1}^n [\dot{\epsilon}_q(t) + \epsilon_q(t) \Delta t_s] \frac{\partial x_{NN_q}(t)}{\partial w_{ij}(t)} \quad \dots (43)$$

となる。上式は状態変数の同定誤差  $\epsilon(t)$  とその微分  $\dot{\epsilon}(t)$  の重み付き和を誤差信号として NN の学習を行うということの意味し、フィードバック制御における PD 制御に対応している。本論文ではこの学習則を PD 学習則と呼ぶことにする。なお、(28) 式の誤差関数を

$$E^{(1)}(t) = \frac{1}{2} \dot{\epsilon}^T(t) B_I \dot{\epsilon}(t), \quad E^{(2)}(t) = \frac{1}{2} \epsilon^T(t) K_I \epsilon(t)$$

と変更することで正定な学習ゲイン  $B_I \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $K_I \in \mathbb{R}^{n \times n}$  を調節できることに注意されたい。

### 3. シミュレーション実験

本論文で提案したレギュレータの有効性を確認するため、本手法を最適レギュレータと比較するシミュレーション実験を行った。まず、Fig.3のようなバネによって結ばれた二台の台車からなるシステムを考えよう<sup>(9)</sup>。ここで、 $x_1(t)$  と  $x_2(t)$  は各台車の基準位置からの変位、 $d(t)$  は台車 A に加えられる外乱、 $u_1(t)$  は制御入力、 $k_b$  はバネ定数、 $M_A$  と  $M_B$  は各台車の質量とする。今、床と車輪の間の摩擦を無視すると、このシステムの運動方程式は

$$M_A \ddot{x}_1(t) + k_b [x_1(t) - x_2(t)] = u_1(t) + d(t) \quad (44)$$

$$M_B \ddot{x}_2(t) - k_b [x_1(t) - x_2(t)] = 0 \quad \dots (45)$$

となる。 $x(t) = [x_1(t), \dot{x}_1(t), x_2(t), \dot{x}_2(t)]^T$ ,  $u(t) = u_1(t)$  とおくと、状態方程式は

$$\dot{x}(t) = A_L x(t) + B[u(t) + d(t)] \in \mathbb{R}^{4 \times 1} \quad (46)$$

となる。ただし、

$$A_L = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -k_b/M_A & 0 & k_b/M_A & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ k_b/M_B & 0 & -k_b/M_B & 0 \end{bmatrix},$$

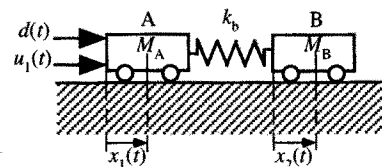


図3 カート・スプリングシステム  
Fig. 3. Double cart-spring system

$B = [0, 1/M_A, 0, 0]^T$  である。ここで各パラメータの推定値が  $k_b = 1 \text{ N/m}$ ,  $M_A = 1 \text{ kg}$ ,  $M_B = 1 \text{ kg}$  と与えられたとすると、既知行列  $A_n$  を求めることができる。そして、最適レギュレータの評価関数 (3) の重み  $Q = \text{diag}[0.5, 0.5, 0.5, 0.5]$ ,  $R = 0.1$  と設定すると、リカッチ方程式 (12) の解  $P_n$  とフィードバックゲイン  $K_n$  が解ける。

このシステムに対して、まず (6) 式の不確かさ  $\Delta_A$  の要素を、範囲  $[-0.25, +0.25]$  の一様乱数を用いて

$$\Delta_A = \begin{bmatrix} 0 & 0.2173 & 0 & 0 \\ -0.2265 & 0 & -0.2233 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.2166 \\ 0.0896 & 0 & 0.0856 & 0 \end{bmatrix}$$

のように設定した。未知の不確かさ  $\Delta_A$  を考慮したシステム

$$\dot{x}(t) = A_L x(t) + B[u(t) + d(t)] \dots\dots\dots (47)$$

に対するリカッチ方程式の最適解  $P^*$  と最適フィードバックゲイン  $K^*$  が得られる。

本手法では3層のNNを用いた。制御対象に対応して入力層と出力層のユニット数はそれぞれ4個、中間層のユニット数は20個、NNの重みの初期値は  $[-0.6, +0.6]$  の一様乱数とした。また、各パラメータはシグモイド関数のパラメータ  $\gamma = 1$ , 学習係数  $\eta = 0.025$ , サンプル時間  $\Delta t = 0.1 \text{ s}$  とした。また、リカッチ方程式の補償解  $\Delta_P$  は対称行列であるので10個の未知要素を含む。そこで、擬似逆行列  $\Omega^+(t)$  のランクを10以上に保つため  $s = 12$  ((21)式) とした。そして、外乱  $d(t)$  を振幅20N, 周期  $T = 12 \text{ s}$  の矩形波として以下の一連のシミュレーション実験を行った。

〈3・1〉制御性能 Fig.4に、ゲイン  $K^*$  を用いた最適レギュレータによる制御結果 (細線: LQR\* と略記) と本手法の制御結果 (実線: NBAR (Neuro-Based Adaptive Regulator) と略記) を示す。図は台車 A の変位  $x_1(t)$  で、図は10分経過後の外乱2周期分の応答である。実験より制御開始時には大きな誤差が見られるが、NNの学習が進むにつれて本手法の制御結果はLQR\*の制御結果に近づき、学習的に未知の制御結果に対する最適レギュレータを実現していることがわかる。

このとき、(3) 式の評価関数  $J$  を外乱1周期ごとに計算した。

$$J(i) = \int_{(i-1)T}^{iT} [x^T(t)Qx(t) + u^T(t)Ru(t)] dt \dots\dots (48)$$

Fig.5に周期  $i$  に対する評価関数  $J(i)$  の変化を示す。NNの学習が進むにつれて、本手法が最適レギュレータに近づく様子がわかる。このときリカッチ方程式の補償解  $\Delta_P$  (10) 式の真値  $\Delta_P^*$  と最小2乗法による推定値  $\hat{\Delta}_P$  ((24) 式) との差のマトリクスノルム  $C_{\Delta_P}(i)$  を

$$C_{\Delta_P} = \frac{1}{T} \int_{(i-1)T}^{iT} \|\Delta_P^* - \hat{\Delta}_P(t)\| dt \dots\dots (49)$$

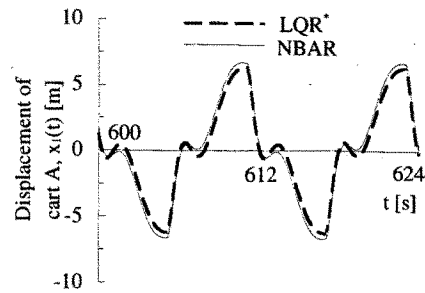


図4 LQR\*とNBARによるシミュレーション結果

Fig. 4. Comparison of the simulation results using the optimal regulator (LQR\*) and the proposed method (NBAR)

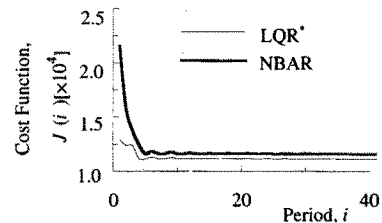


図5 LQR\*とNBACの評価関数の比較

Fig. 5. Comparison of the cost functions under the LQR\* and the NBAR

として計算した結果を Fig.6に示す。Fig.5と同様、学習時間が十分経過した後も、小さな誤差が存在する。これは (12), (13) 式の導出において、不確かさ  $\Delta_A$ , 補償解  $\Delta_P$  に関する二次項を微小として無視したことに起因する。この点については今後、改善する必要がある。

〈3・2〉学習と同定能力 本手法では、NNを用いて制御対象のモデル化誤差を学習しながら、制御対象への入力  $u(t)$  を最適入力  $u^*(t)$  に近づけていく。そのため、NNの学習は極めて重要である。そこでNNの学習能力を調べるため、(28) 式の誤差関数  $E(t)$  を外乱1周期ごとに計算した。

$$E(i) = \frac{1}{T} \int_{(i-1)T}^{iT} E(t) dt \dots\dots\dots (50)$$

Fig.7に  $E(i)$  の時間変化を示す。図から、NNの学習が進むにつれて平均二乗誤差  $E(i)$  は徐々に小さくなるのがわかる。

一般にNNを利用した制御系では、重みの初期値の設定法にシステムの制御性能が大きく依存する場合が多い。そ

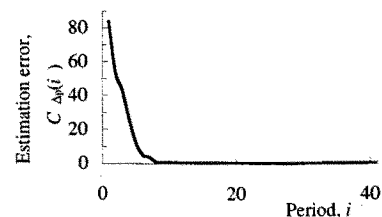


図6 マトリクスノルム  $C_{\Delta_P}$  の変化

Fig. 6. Change of the matrix norm  $C_{\Delta_P}$

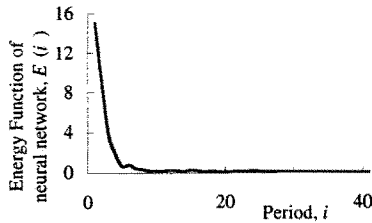


図7 ニューラルネットの学習誤差関数

Fig. 7. Energy function of the neural network learning

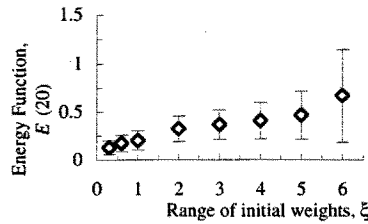


図8 ニューラルネットの重み初期値の設定による誤差学習性能の変化

Fig. 8. Change of the learning performance with the initial weight values of the neural network

ここで、NNの重みの初期値によって本手法の制御性能がどのように変化するか考察した。Fig.8に、NNの重みの初期値を決定する際、用いた一様乱数の範囲 $[-\xi, \xi]$ と外乱20周期経過的平均二乗誤差 $E(20)$ （いずれも10種類の重み初期値による平均値および標準偏差）の関係を示す。図より、乱数の範囲が大きくなるにしたがって誤差が増加し、標準偏差も拡大するが、小さな初期値から学習を開始した場合には誤差が小さく押さえられることがわかる。

〈3・3〉非線形のモデル化誤差 次に非線形のモデル化誤差に対する本手法の有効性を調べるため、(44)、(45)の運動方程式のバネ特性に非線形成分を加え、(1)式非線形項 $\tilde{A}(x(t))$ を

$$\tilde{A}(x(t)) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\psi x_1^2(t)/M_A & 0 & \psi x_2^2(t)/M_A & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \psi x_1^2(t)/M_B & 0 & -f\psi x_2^2(t)/M_B & 0 \end{bmatrix}$$

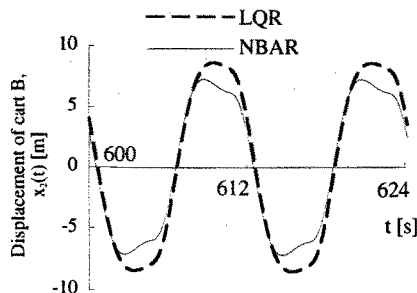


図9 非線形のモデル化誤差を含むシステムに対するシミュレーション

Fig. 9. Simulation results for the system including the nonlinear modeling error

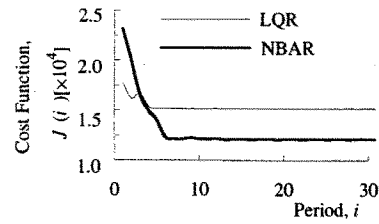


図10 評価関数

Fig. 10. Cost functions for the system including the nonlinear modeling errors

のように設定した。ただし、 $\psi = 0.015$ とした。この制御対象に対して既知の線形特性のみから設計したゲイン $K_n$ を用いた場合の制御結果（細線：LQRと略記）と本手法による制御結果（実線）をFig.9、Fig.10に示す。Fig.9は台車Bの変位の時間変化で、Fig.10はこのときの(48)式の評価関数値である。図から非線形のモデル化誤差に対しても、本手法ではNNの学習能力を利用することにより、かなり評価関数値を低減できることがわかる。

#### 4. むすび

本論文では、モデル化誤差を含むシステムに対してニューラルネットを用いた適応レギュレータを提案し、ただ一つのニューラルネットを利用してシステムの同定と制御を融合し<sup>(10)</sup>、制御対象のモデル化誤差を同定しながらフィードバック入力を適応的に調節する方法を示した。さらに、本手法を線形、非線形のモデル化誤差を含むシステムに適用し、シミュレーション実験を通じて本手法の有効性を確認した。この方法は制御対象に含まれるモデル化誤差をNNの出力として間接的に知ることができるので、NNの出力からモデル化誤差の大きさを評価することも可能である。

本論文では(10)式で示したようにパラメータの不確かさ $\Delta_A$ をリカッチ方程式の解の摂動として表現した。しかしながら、この方法では $\Delta_P \Delta_A$ 、 $\Delta_A^T \Delta_P$ などの二次項の影響を無視しており、NNでは学習しきれない誤差がどうしても残ってしまう。今後は、提案した適応レギュレータの安定性について検討するとともに、この近似誤差をなるべく減少させるための学習アルゴリズムの工夫が必要であると考えている。

(平成10年6月15日受付、同11年2月8日再受付)

#### 文 献

- (1) J. Douglas and M. Athans: Robust Linear Quadratic Design with Real Parameter Uncertainty, IEEE Trans. On Automatic Control, AC-39-1, 107/111 (1994)
- (2) H. Kokame, H. Kobayashi, and T. Mori: Robust  $H_\infty$  Performance for Linear Delay-Differential Systems with Time-Varying Uncertainties, IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. 43, No. 2, 223/226 (1998)
- (3) M. M. Polycarpou and A. J. Helmicki: Automated Fault Detection and Accommodation: A learning Systems Approach, IEEE Trans. On Systems, Man, and Cybernetics, SMC-25-11, 1447/1458 (1995)
- (4) G.A. Rovithakis and M. A. Christodoulou: Direct Adaptive

- Regulation of Unknown Nonlinear Dynamical Systems via Danamic Neural Networks, IEEE Trans. On Systems, Man, and Cybernetics, SMC-25-12, 1578/1594 (1995)
- (5) A. U. Levin and K. S. Narendra: Control of Nonlinear Dynamical Systems Using Neural Networks-Part II: Observability, Identification, and Control, IEEE Trans. On Neural Networks, 7-1, 30/42 (1996)
- (6) T. Kailath: Linear Systems, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs (1980)
- (7) 片山 徹: システム同定入門, 朝倉書店 (1994)
- (8) 徐 炳鴻・辻 敏夫・金子 真: ニューラルネットに基づく適応制御を用いたフレキシブルビームのトルク制御, 計測自動制御学会の論文集, Vol.33, No.2, 109/117 (1997)
- (9) A. Cavallo, R. Setola and F. Vasca: Using MATLAB, SIMULINK and Control System Toolbox, Prentice Hall Europe (1996)
- (10) 新 誠一: 適応制御と神経回路網, 計測と制御, Vol.35, No.6, 473/441 (1996)

徐 炳鴻 (正員) 1949年11月30日生, 1988年中国上海科学技術大学大学院修士課程修了。上海建築材料工業学院講師を経て, 1997年3月広島大学大学院工学研究科博士課程後期修了。同年4月, 山本電気(株)に入社。ニューラルネット, パワーエレクトロニクス, モーションコントロールなどの研究に従事。現在同社管理本部研究室参事。工学博士。電気学会, IEEE, 計測自動制御学会などの



の会員。

辻 敏夫 (正員) 1959年12月25日生。1985年広島大学大学院工学研究科博士課程前期修了。同年同大学工学部助手, 1994年同助教授, 現在に至る。人間とロボットの運動制御, ニューラルネット, マン・マシンシステムなどの研究に従事。IEEE, 計測自動制御学会, 日本機械学会, 日本ロボット学会, 電子情報通信学会, バイオメカニズム学会, 日本人間工学会の会員。



浜 津 恭 治 (非会員) 1953年6月19日生。1975年3月日本大学工学部電気科卒業。同年4山本電気株式会社入社。主として制御システム, パワーエレクトロニクス, モーションコントロール, 回転機などの研究開発に従事。現在同社管理本部部長。



飯 島 雅 彦 (正員) 1955年3月1日生。1978年3月東海大学工学部応用物理学科卒業。1985年山本電気株式会社入社。主としてモータ制御回路及びソフトなどの開発に従事。現在同社管理本部研究室参事, 電気学会会員。

