

## 算術演算の知的 CAI に関する一研究\*

畑本恵子\*\*, 長町三生\*\*, 伊藤宏司\*\*, 辻 敏夫\*\*

This paper deals with an automatically diagnostic models or an intelligent CAI for student's misconception of arithmetic skills. Underlying Brown and Burton's "Buggy model", we assume that the students don't make errors in arithmetic calculation, but they perform misconceptual procedure of calculation. This research is a basically expanded version of Buggy model to multiplication and division, and implemented by LISP language based on a procedural network. The present model is able to select the appropriate arithmetic tasks for student's misconception according to the procedural diagnosis.

本論文は、生徒の算術演算の誤り（バグ）の自動診断モデル、つまり知的 CAI を取り扱う。Brown と Burton の“バギーモデル”を根拠に、ここでは生徒は間違った計算をするのではなく、彼らの間違っ  
て理解している計算手続きを実行すると仮定している。本研究は、基本としてバギーモデルを加減から乗除まで拡張したものであり、LISP 言語を使用して手続きネットワークの形式でインプリメントしている。本論文のモデルでは、生徒の誤りに向けた計算問題を診断手続きに基づいて選べるようになっている。

### 1. まえがき

知識の伝達としての教育を行う場合、人間教師による集団教育では全生徒にそれぞれの学習の進行状態にあわせて、きめ細かい指導を行うことが困難であることもある。一方、情報処理技術の発達に伴い、コンピュータを応用した CAI (computer assisted instruction) により、生徒個人の学習進度にあわせた教育が可能となり、この試みが 1960 年代よりなされてきた。

初期の CAI は単に生徒に問題を提示し、それに対する解答の正誤を判定するだけのもので、これによる学習は画一的なものであった。しかしながら、よりきめ細かい個人指導を行うために教授内容の表現、自然言語処理、生徒モデルの構築に人工知能 (artificial intelligence: AI) の技法を取り入れた知的 CAI (intelligent CAI: ICAI) システムが開発されている<sup>1)</sup>。なかでも最

近は生徒の考え方の誤りを推論するために、理解の状態を表す生徒モデルの表現に力が注がれている。さらに ICAI では、教授内容に依存しないような知識表現や教育戦略を確立することが重要な課題となってきている。

Brown and Burton<sup>2)</sup> は、縦書きの加減算指導システム BUGGY の開発において、問題を解くために必要な手続き的スキルを手続きネットワーク (procedural networks) を用いて表現し、生徒の思い違いを明確に決定することに成功した。手続きネットワークは手続き的スキルを副スキル (sub skill) に分解した副手続き (subprocedure) の階層的集まりである。

この言葉は Sacerdoti(1977) が使ったものであるが、Brown らの注によれば、彼の“plan”という考えよりも、むしろ手続き間の制御構造を表す特徴において用いている。

BUGGYでは、生徒の誤りはネットワークの一部を、誤りを含んだ副手続きで置き換えることによって表現される。しかし実際に誤りを同定する際にはネットワーク上のすべての手続きを探索しなければならないので、2 つ以上の副手続きを置き換えて表現する場合には、その

\* 昭和 61 年 6 月 13 日受付

\*\* 広島大学 工学部  
Faculty of Engineering, Hiroshima Univ.

組み合わせの数が膨大な数となる点に問題がある。

本研究では、教授内容に依存しないような枠組みをもつ ICAI システムを目標とし、まず Brown らの手続きネットワークによる誤り診断の方法を乗除算にまで拡張する。さらに同定した誤りの情報に注目し、誤りの履歴に基づいて次に提示する問題を制御することで、より効果的な教育を行うシステムを試作することを目標とする。

## 2. 生徒モデル

### 2-1. 生徒モデルの役割

前章でも少し述べたように、生徒の理解の状態をコンピュータ上に表現するのが生徒モデルである。初期のフレーム型 CAI において採用された数学的な学習確率モデル (stochastic learning model) は、ある刺激に対する特定の応答の確率をモデル化しただけであり、生徒が何を知っているか、あるいはどんな誤った知識をもっているかということは表現していない。

生徒の知識を表すために用いられる代表的な AI 技法は次の2つである。

#### (1) オーバーレイモデル (overlay model)

生徒の知識を教授内容に関する専門知識の部分集合としてモデル化する。教授内容についての意味ネットまたはルールベースのなかで解答履歴から生徒が習得したと推定される知識にフラグを立てるもので、SCHOLAR<sup>1)</sup>、WHY<sup>2)</sup> において採用されている。

これとは反対に、生徒が知らないと推定される知識にフラグを立てるものは差異モデル (differential model) とよばれる。

#### (2) バグモデル (bug model)

生徒の知識を、専門知識の混乱状態または脱線状態 (bug) としてモデル化する。習得した知識をもとにした推論法に誤りがある場合や、誤った知識をもっている場合も表現することができ、SOPHIE<sup>1)</sup>、BUGGY<sup>2)</sup> において採用されている。

ここで、生徒の誤りは次の3つに分類される<sup>3)</sup>。

- 知識の欠落
- 知識の誤取得 (誤った知識をもっている)
- 知識の誤適用 (正しい知識はもっているが、その使い方が誤っている)

オーバーレイモデルでは a の誤りしか表現できないが、バグモデルではすべての誤りを表現することができる。

### 2-2. 手続きネットワークとその動作

代数の問題を解くためには、様々な手続き的技能、つまり代数学の公式を適用すること、数字を読みとること、あるいは右、左といった概念の認識が必要とされる。問題を解く行為は、下位の手続きを副手続きとして用いる、手続きの階層的集まりであると考えられる。

生徒が問題を解いて誤った答を得た場合、その原因は生徒が手続きをうまく追うことができないことにあると推察されがちである。これに対し Brown らは、生徒は手続きを追うことには有能であり、誤った答を得るのは誤った手続きを追った結果であると主張した。また、ある誤りを含む手続きをもつ生徒は、その手続きを副手続きとして用いる他の問題にも誤りをくり越すことがわかった<sup>2)</sup>。

そこで彼らは、問題を正しく解くために必要な手続き的技能をさらに細かい副技能に分解し、それらの制御構造を明らかにするような表現方法として、“手続きネットワーク”を提案した。この方法では、人間のもつ副技能がネットワーク上の各ノードに対応する。

彼らのシステムにおいて、たとえば加算のネットワーク中のすべての副手続きが正しく動作するとき、ネットワークは正しく加算を行う。規則的な誤りを起こすような知識は、ネットワーク中の副手続きのうち、どれか1つ以上が誤動作することで表現できる。この表現によるモデルは前節のバグモデルである。

彼らが示した加算と減算のネットワークを図1、2に示す。

ここで加算問題  $43+9$  を解く場合を例にとって手続きネットワークの動作を説明する。

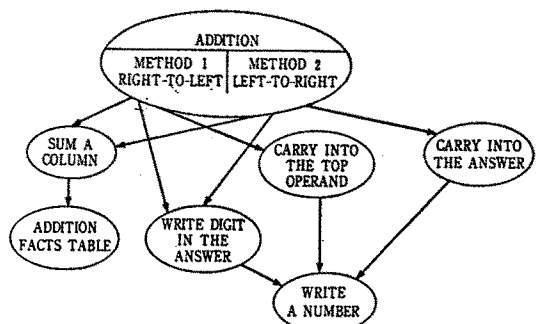


図1 加算の手続きネットワーク (Brown and Burton, 1978)

Fig. 1 A procedural network of addition.





### 3. システム構成と問題の制御

#### 3-1. システム構成

図6に本研究で作成した ICAI システムの構成を示す。

本システムは、問題制御、問題選択、シミュレート、モデル生成、解答の照合、解答履歴記録の各機能を有する。またモデル生成に使用するデータベースには、前章で説明したような正しい動作をする手続きネットワークと、置き換えるべき誤りを含む手続きを蓄えている。問題データは小学校2～4年生程度の筆算形式の四則演算(整数)である。

以下、各機能について説明する。

##### (1) 問題制御

生徒の解答履歴により、問題のレベルを変化させる(レベルについては3-3節で述べる)。ここで行う制御は、以下の基準で選択する問題の範囲を与える。

- 現行レベルでの正答率が基準を超えると次のレベルに進む。
- 同じ誤りと推定された誤答が現行レベルでの全

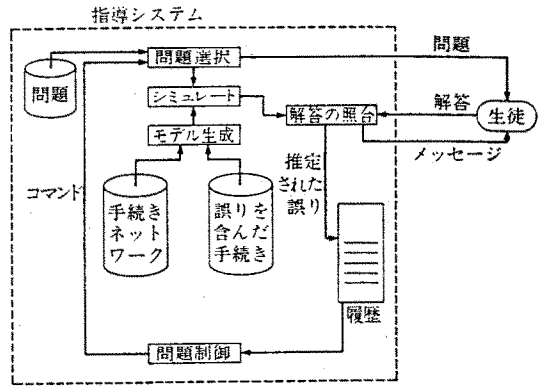


図6 システム構成

Fig. 6 A system structure of tutoring system.

誤答に対するある比率を超えると、その種類の誤りを生徒の弱点とみなし、その弱点についての基本レベル(3-3節で述べる)の問題群を与える。また、この制御によって移ったレベルで正答率が基準を超えると、再びもとのレベルに復帰する。

- 誤りが同定できない誤答が全誤答に対するある比率を超えると、誤りやすい特徴を1つ取り除いたような問題レベルに移る。

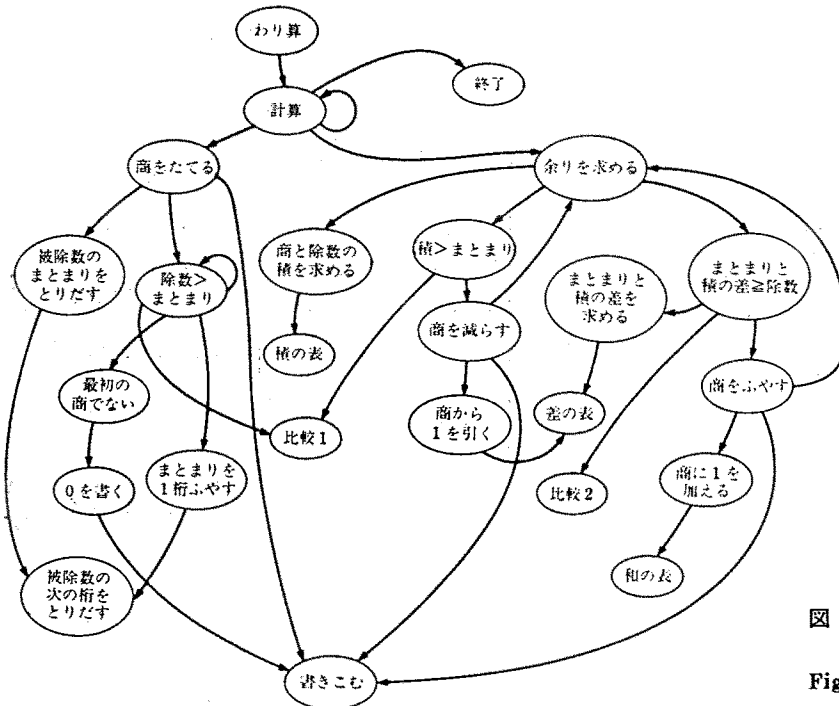


図5 除算の手続きネットワーク

Fig. 5 A procedural network of division.

(2) 問題選択

(1)の制御により与えられた範囲の問題データのなかから問題を1つ取りだしてCRTに表示し、生徒の解答入力を促す。

(3) 解答の照合

問題に対する正答と生徒の入力を照合し、正誤によってメッセージを表示する。また、モデルにより得られた解と生徒の入力とを照合する。

(4) モデル生成

生徒が誤答した場合、正しい動作をするネットワークの一部を誤りを含む手続きで置き換え、生徒の仮説モデルを生成する。そのなかでシミュレートの結果と生徒の入力との照合が成功したものを生徒モデルとして採用する。

(5) シミュレート

生成した仮説モデルによって問題を解く。

(6) 解答履歴の記録

提示した問題とともに、生徒の入力した解答およびその正誤、推定された誤りを記録する。

なお、本システムの使用言語はLISP、使用機器は日本電気製PC-9801Eである。

3-2. 誤り診断の方法

本システムでは、正しい動作をする手続きネットワークのなかの1つの手続きを、誤った動作をする手続きで置き換えたものを生徒の仮説モデルとする。

前述の例題で、 $43+9=42$ とする生徒の誤りを診断する場合を例にとる。図1の加算の手続きネットワークのなかで、[ADDITION (METHOD 1)]を繰り上がり処

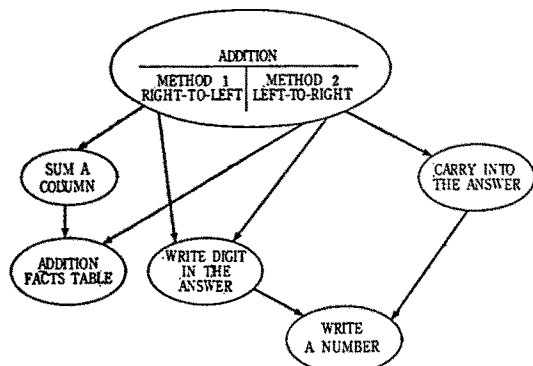


図7 “繰り上がりを無視する”誤りをもつ加算の手続きネットワーク  
Fig. 7 The procedural network of addition with misconception of carrying.

理の手続き (CARRY INTO THE TOP OPERAND) を呼びださないような手続きで置き換えると、“生徒は繰り上がりを無視する誤り手続きをもつ”という仮説が生成される。このときの手続きネットワークは図7のようになり、このモデルは図8のように動作する。これによって得られる結果42は生徒の解答と一致するので、この仮説を生徒モデルとして採用する。

3-3. 問題制御の方法

本システムでは、手続きネットワークに示される手続きの分解のしかたを利用し、データベース中の問題をその特徴によってあらかじめおおまかに分類することによって、誤りの診断や問題の制御を効率的に行うことを図る。

本節では問題の具体的な分類方法と、それに基づく制御方法について述べる。

(1) 問題の分類

加減乗除の筆算において、誤りを起こしやすい特徴として、経験的に以下のようなものがあると思われる。

加算：繰り上がり

減算：上下の数の桁数の違い、繰り下がり、繰り下がりににおいて借りようとする桁の数字が0である場合

乗算：上下の数の桁数の違い、上の数の各桁に下の数を1桁ずつかけるときの繰り上がり、求めた積を足すときの繰り上がり

除算：商に0が立つ場合、割り切れない場合

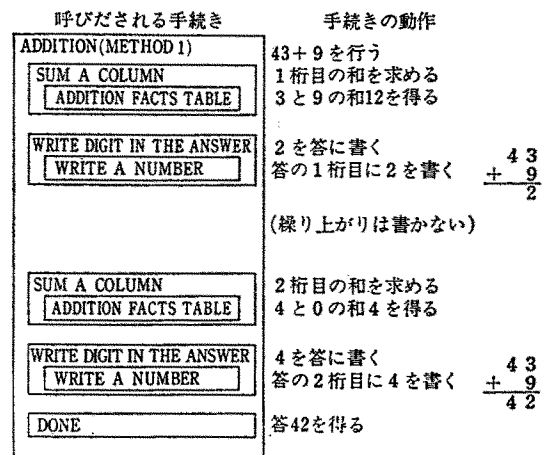


図8 繰り上がりを無視するような加算ネットワークの動作  
Fig. 8 The performance of addition procedure with misconception of carrying.

問題の右端をそろえて書かなかったために起こる誤りや、除算において商の0をとばして次の商を書くなどのよくある誤りは、これらの特徴において起こりやすいと思われる。

これらの特徴と桁数（4桁まで）から各演算の問題を分類した結果、

加算：25種類      減算：36種類  
乗算：65種類      除算：49種類

となった。1つの種類の問題群を1つの選択範囲としている。問題制御の際の“レベル”は、同種の演算のなかでは問題の桁数が多いほど難しい、また桁数が同じ問題のなかでは前述のような特徴を多くもつほど難しいという基準であらかじめ設定している。さらに、各特徴について桁ごとの基本レベルを設定している。すなわち、ある特徴についての基本レベルとは、その特徴を1つだけもち、他の特徴をもたないような問題レベルである。

## (2) 問題の制御

問題の制御は、(1)で述べた分類のなかからどの種類の問題群を選択範囲とするかという決定である。問題制御に用いている判断を図9に示す。

この制御で問題の選択範囲を変化させるのは、以下の3つの場合である。

- (1) レベルを1つ上げる
- (2) レベルを1つ下げる
- (3) 基本レベルに移る

(1)および(2)の場合は、あらかじめ順序づけたレベルをそれぞれ1つたどることによる。(3)の場合は、たとえば3桁と2桁の乗算（かけるときの繰り上がり2カ所、足すときの繰り上がり2カ所）において、かけるときの繰り上がりに関する誤りが多く同定されると、この特徴に関する基本レベル（同じ桁数でかけるときの繰り上がり1カ所、足すときの繰り上がりなし）に移行する。

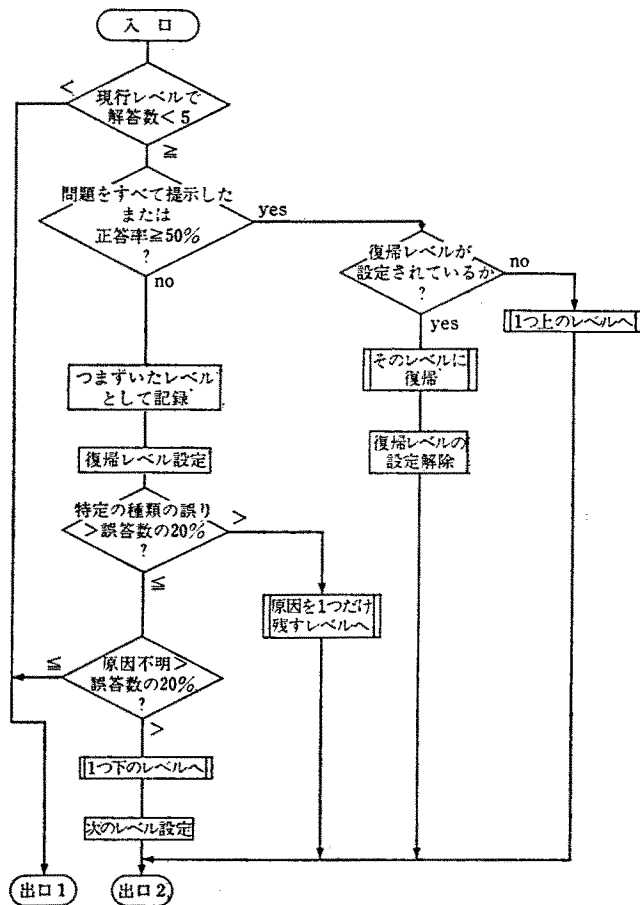


図9 問題制御のフローチャート

Fig. 9 A flow chart for task control.

なお、基本レベルにおいても誤答率が高い場合、それ以上の後退はせず、そのレベルにとどまる。

### 3-4. 実行の流れ

図10にフローチャートを示す。初期設定では日付と生徒の名前を入力し、初めてシステムを利用する場合と2回以降の場合に分けて最初の問題レベルを決定する。

レベルを変化させる必要があるとき問題制御を行い、次のレベルを決定する。決定された範囲の問題のなかでどれを提示するかはランダムとする。

提示した問題に対する生徒の入力が誤答であるとき、仮説モデルの生成—検査を繰り返して誤りの同定を試み

る。このとき1つの仮説モデルを生成するために置き換える手続きは1つとし、生徒と同じ答が得られるか、調べていない誤り手続きがなくなるまで生成、シミュレーションを続ける。

### 3-5. 診断例

生徒の誤答に対する診断例を以下に示す。

Q.6は、82-16の答を74とした生徒に対し、正解は66、続いてこの生徒のもつ誤りを“(どちらが上にあるかを考えないで)大きい数字から小さい数字を引いた”と同定している。

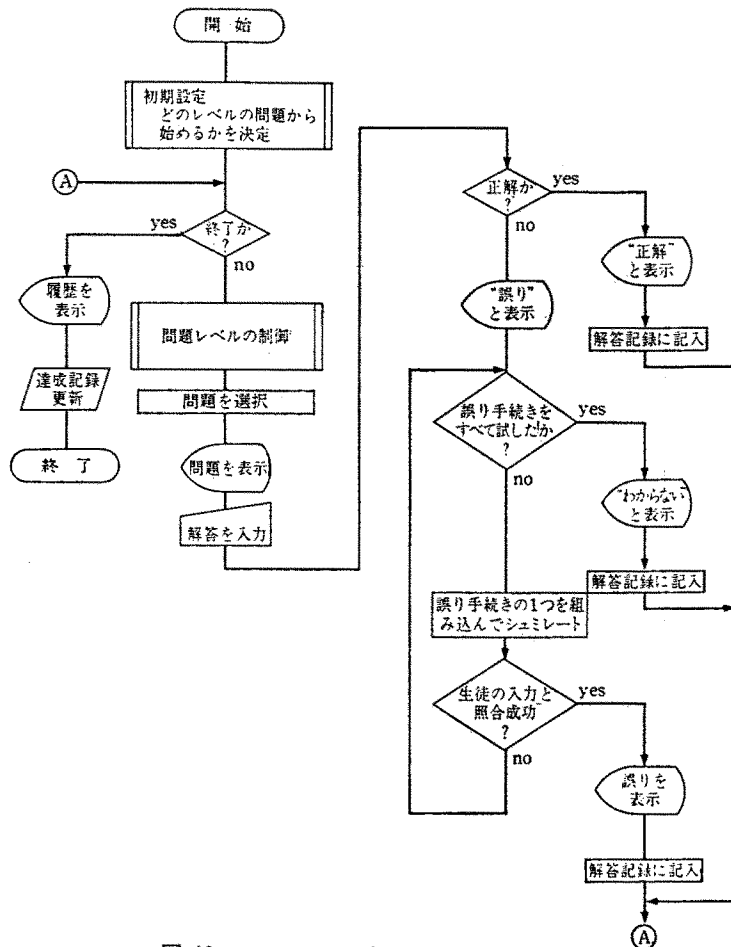


図10 フローチャート  
Fig. 10 A flow chart of execution.



# Q.6

82

-16

# kotae o irete kudasai 74

# machigai desu

# seikai wa 66

??? ayamari o shirabete imasu...

# ayamari ga wakatta !!!

# anata no ayamari wa : (\*ookii-suuji-kara-chiisai-suuji-o-hiita)

Q. 11 は、 $756 \div 7 = 18$  としたものである。正解 108 を示したあと、この生徒の誤りは“商に 0 を書かなかった”と同定している。

# Q.11

7)756

# kotae o irete kudasai 18

# machigai desu

# seikai wa 108

??? ayamari o shirabete imasu...

# ayamari ga wakatta !!!

# anata no ayamari wa : (\*shou-ni-"0"-o-kakanakatta)

#### 4. あとがき

本研究では、Brown らの手続きネットワークによって、生徒モデルを表現する方法を四則演算に拡張した指導システムを作成した。

モデル表現としての手続きネットワークは、生徒の誤りに対する表現力において優れているといえる。この表現によるモデルは、必要な知識のなかで何を知っているか、何を知らないかだけでなく、誤った知識をもっている状態や、正しい知識をもっているが、その使い方が誤っている場合をも表現することができる。また、題材が明確な手続きで記述できるものである限り、その内容に関係なく適用可能である。

また、本システムでは誤り探索の効率化および同定さ

れた誤りの履歴に基づく教育効果の向上を図るために、あらかじめ問題を桁数によって分類し、各問題群を、さらに誤りを起こしやすい特徴によって分類している。Brown らの誤り診断ではネットワーク全体を探索するために、2つ以上の誤りを含む手続きの組み合わせによる誤りを探索する場合は膨大な数となる。しかし、問題の性質によっては起こりえない誤りがあることから、本システムではそのような誤りを探索範囲から除外することにより、探索の軽減を図っている。また、各問題群に対するレベルを設定し、そのなかで誤りを起こしやすい特徴を1つだけもつようなレベルを基本レベルとすることにより、生徒の誤りの履歴から推定される弱点に焦点をあてた練習問題を与えるような制御を行うことができる。なお、本研究における誤り手続きは BUGGY<sup>2)</sup> に基づいて作成したものであるが、それらが日本の生徒にも適用できるかどうかは、本研究の有効性ととともに、今後のすべき課題である。

本システムの問題点は、用意した誤りを用いて診断する方法では、用意した以外の誤りには対処できないことである。また、新たに明らかな誤りが発見された場合にも、それをプログラミングするのは容易ではない。これらの点を克服するためには、生徒の解答から誤りを学習する機能をもたせることが必要であると考えられる。

#### 参考文献

- 1) Barr, A., Feigenbaum, E.A. 編：田中幸吉，淵一博監訳：人工知能ハンドブック第Ⅱ巻，共立出版，1983.
- 2) Brown, J.S., Burton, R.R. : Diagnostic models, for procedural bugs in basic mathematical skills, Cognitive Science, 1978.
- 3) 河合和久ほか：論理プログラミングと帰納推論による汎用知的 CAI システム，情報処理学会論文誌，26(6)，1985.
- 4) 文部省：小学校指導書算数編，大阪書籍，1978.